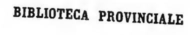
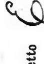

VITTORIO EM. II
Digitized by Google





Armadio XXIV





Palchetto

Num.° d' ordine 37

NAZIONALE
B. Prov.
I
1846
NAPOLI
VITT. EM.

B. Prov.
I
1846

Digitized by Google

C08'043

MÉMORIAL

TOPOGRAPHIQUE ET MILITAIRE,

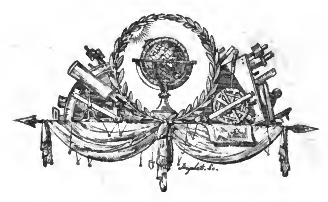
RÉDIGÉ

AU DÉPÔT GÉNÉRAL DE LA GUERRE;

IMPRIMÉ PAR ORDRE DU MINISTRE.

N.° 1. TOPOGRAPHIE.

III.e Trimestre de l'an X.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE DE LA RÉPUBLIQUE.
Vendémiaire an XI.

ANNONCE.

LORSQUE le peuple français, brisant le joug d'un gouvernement usé, évoqua cette foule d'idées libérales qui devinrent la cause lente de tant de biens, comme le prétexte subit de tant de maux, il se vit menacé par toutes les puissances de l'Europe alarmée ; il se vit abandonné par beaucoup de ses principaux guerriers, qui, élevés dans son sein et instruits pour sa défense, oublièrent ce devoir sacré, pour suivre un vain fantôme et obéir à une erreur. Cependant, à l'heure des combats, les rangs des braves se trouvèrent remplis ; et du vaste camp français sortirent de jeunes armées, qui se mesurèrent avec les vieilles bandes les plus aguerries, et les forcèrent souvent à se renouveler.

Quels furent donc les chefs qui se montrèrent à leur tête ? La plupart s'élevèrent tout-à-coup du sein de l'obscurité, que répandaient sur eux des institutions consacrées par le temps et réprouvées par la raison :

alors parurent aux premiers rangs, de jeunes Français qui, sortant à peine des écoles, où ils avaient vécu avec les grands hommes de l'antiquité, plus qu'avec les préjugés de leur siècle, étaient restés fidèles à leur devoir, et ne respiraient que l'amour de la patrie et de la gloire ; de simples soldats, qui, forts d'un caractère puissant, et libres enfin de céder à toute son énergie, s'élançaient dans cette vaste carrière, où ils devaient atteindre à de si hautes destinées.

Le monde a vu quels hommes la guerre seule a formés ainsi pour la gloire et le bonheur de la France. Inspirés par le génie et secondés par l'enthousiasme, ils ont frayé de nouvelles routes à la victoire ; et leurs succès ont donné à la science militaire d'immenses développemens, comme ils en ont obtenu d'immenses résultats. Déterminer les uns et constater les autres, est une œuvre que semblent commander, dans les loisirs de la paix, l'intérêt de l'instruction commune et le soin de la gloire nationale.

La plupart de nos guerriers, élevés à

l'école de la victoire, ont senti le besoin de méditer les principes de l'art sublime qui l'enchaîne; mais ils ne peuvent qu'être rares, les jours employés à méditer, quand ils sont si nombreux, ceux qu'on emploie à combattre. Cependant, habitués aux grandes conceptions par la part qu'ils ont eue aux grands événemens, leur vue a pénétré jusqu'aux limites de la science; et, riches de faits, qui vont s'effaçant de leur mémoire, il ne leur manque peut-être, lorsque la paix leur offre son loisir, que de reporter leur pensée sur ces faits glorieux et sur leurs causes, pour donner autant de préceptes qu'ils ont fourni d'exemples.

Le Dépôt de la guerre, fait pour recueillir, conserver et élaborer les élémens de la science militaire, les matériaux historiques des opérations des armées, après avoir fourni pendant la guerre au génie qui l'a dirigée, les renseignemens qui pouvaient l'éclairer, semble destiné, quand la paix arrive, à constater l'état de l'art au sortir de cette longue expérience; à déterminer et

répandre les résultats dont il s'est agrandi ; à faire passer succinctement sous les yeux des militaires, ce qu'ils ont fait ou perfectionné pour l'instruction commune, ainsi que les idées utiles éparses dans le chaos des livres et des souvenirs ; à préparer et conserver à l'histoire, des matériaux pour le temps où il conviendra de l'écrire ; à appeler enfin la méditation des militaires instruits, et à en fournir des sujets à ceux qui ont besoin de l'être.

Possesseur des collections topographiques les plus nombreuses et les plus riches, placé à la tête des opérations les plus importantes en ce genre, qui, en donnant des bases positives aux nouveaux calculs de l'économie politique, étendent et éclaircissent celles des nouvelles combinaisons militaires, son devoir, dans ces grandes applications des méthodes géodésiques et des arts graphiques, dont la direction lui est confiée, a non-seulement été d'obtenir les résultats les plus parfaits qu'on peut attendre dans l'état actuel de nos connaissances, mais encore de

provoquer les progrès de la science : il a donc cherché à préciser son état, à déterminer la ligne où elle était arrivée, à recueillir et coordonner ses élémens épars ou compliqués, afin que ceux qui la pratiquent, partant du point où elle est parvenue, n'usent des ressources qu'elle donne, que pour perfectionner ses œuvres et reculer ses limites.

En suivant cette destination, il ne fait que remplir l'intention du premier Consul, qui, après avoir atteint dans les combats au faîte de la gloire, cherche à absoudre la guerre des maux qu'elle peut avoir causés, en faisant jouir son pays et le monde des grands et utiles résultats qu'elle doit avoir ; il parcourt la carrière que lui a tracée le ministre de la guerre dans le rapport suivant :

RAPPORT aux Consuls par le Ministre de la guerre, le 13 brumaire an 10, sur les Moyens de donner un nouveau degré d'utilité au Dépôt général de la guerre.

« Le Dépôt de la guerre contient et acquiert » journellement des matériaux précieux pour

» l'instruction des militaires, les élémens de » l'histoire et les progrès de la topographie.

» L'intérêt du Gouvernement et l'inten- » tion des Consuls veulent qu'ils soient uti- » lisés dans les loisirs de la paix.

» Le général Andréossi, directeur, en fait » l'objet de son travail le plus constant.

» Mais, avant tout, il a cru devoir donner » une nouvelle impulsion au zèle et aux ta- » lens de ses collaborateurs, en appelant leur » attention sur les connaissances à mettre en » œuvre pour atteindre à ces résultats.

» Il leur a développé les motifs de cette » institution, et tout ce que le Gouverne- » ment avait droit d'en attendre à la fin » d'une guerre qui porte si loin les bornes » de la science militaire comme celles de la » gloire nationale.

» Sous ses yeux et par ses soins, se ré- » digent,

» 1.° Une analyse historique du Dépôt » de la guerre depuis son origine;

» 2.° Celle de la géographie, et particu- » lièrement de la topographie;

Digitized by Google

» 3.° Un précis des connaissances théo-
» riques nécessaires aux topographes mili-
» taires, agrandies des considérations sur la
» statistique et la délimitation des états ;

» 4.° Une instruction précise sur la pra-
» tique des arts graphiques ;

» 5.° Un essai sur l'histoire militaire, in-
» diquant la manière dont elle a été écrite,
» les modèles à suivre, les lacunes qui y
» existent, et les moyens de les remplir.

» Il croirait utile de réunir ces écrits, prin-
» cipalement destinés à l'instruction, dans un
» volume *in-8.°* de 200 à 300 pages, qui
» serait le premier d'un ouvrage périodique,
» que le Dépôt pourrait fournir tous les trois
» mois, et qui contiendrait par la suite, selon
» l'intention du premier Consul, les princi-
» pales reconnaissances militaires, et les faits
» de guerre dont l'authenticité serait consta-
» tée, et dont la publication serait approuvée
» par le Gouvernement.

» Convaincu des avantages d'un pareil
» projet, pour appeler les militaires riches
» de faits à méditer et discuter les principes

» d'un art qu'ils ont si glorieusement pra-
» tiqué, pour rendre utiles à l'instruction les
» grands résultats de la guerre la plus mé-
» morable, j'ai l'honneur d'en rendre compte
» aux Consuls, en attendant que je puisse
» leur en soumettre les résultats. »

Le projet fut approuvé.

Cette approbation fut un encouragement puissant pour les travaux entrepris, et dont le résultat n'a été retardé que pour le rendre plus digne de paraître sous de pareils auspices, et parce qu'il a fallu coordonner les diverses parties relatives à la topographie. Déjà aussi beaucoup de matériaux sont prêts, et les premières livraisons pourront se suivre à peu d'intervalle.

L'OUVRAGE sera divisé en deux sections; l'une *topographique*, et l'autre *historique*.

Les matières contenues dans la première seront divisées en cinq chapitres, sous les titres suivans: 1.° GÉOGRAPHIE; 2.° GÉODÉSIE; 3.° TOPOGRAPHIE; 4.° GRAVURE; 5.° STATISTIQUE.

Le premier chapitre traitera de l'histoire de la géographie ancienne et moderne, des projections usitées pour la construction des cartes, de la géographie physique, et de la géographie critique.

Le deuxième présentera l'exposé des méthodes géodésiques les plus exactes, un résumé des principes des levées de détail, de la mesure des hauteurs par le baromètre.

Le troisième offrira une revue générale des œuvres topographiques en Europe, avant et après Cassini; il traitera du dessin et figuré du terrain, des signes conventionnels et des échelles en topographie.

Le quatrième traitera de la gravure des cartes, de son historique et de ses procédés.

Le cinquième contiendra les élémens des cahiers topographiques, faits pour suppléer au dessin, et fera connaître leurs résultats.

La deuxième section n'aura que deux chapitres. Le premier, sous le titre de RECONNAISSANCES MILITAIRES, contiendra les principes à suivre dans ces importantes opérations, appliqués depuis l'examen des

frontières d'un ou plusieurs états, jusqu'à celui du moindre poste ; il offrira successivement les reconnaissances les plus intéressantes qui peuvent être publiées sans indiscrétion.

Le deuxième chapitre, sous le titre d'EXTRAITS ANALYTIQUES MILITAIRES, sera destiné aux analyses des ouvrages militaires, histoires ou mémoires, à la discussion de quelques points de la science, ou à la traduction de quelques passages de journaux et auteurs étrangers relatifs à la dernière guerre.

Chaque trimestre verra, autant que possible, paraître un ou plusieurs numéros, selon l'abondance des matières et le loisir que le service du Gouvernement aura laissé aux collaborateurs. Chaque numéro sera d'environ 300 pages, format *in-8.°;* et sauf une centaine d'exemplaires réservés pour le Gouvernement et les divisions militaires, le reste sera mis dans le commerce. Les officiers pourront en obtenir des exemplaires à moitié prix, d'après une autorisation du ministre de la guerre.

Digitized by Google

MÉMORIAL TOPOGRAPHIQUE ET MILITAIRE.

SECTION PREMIÈRE.

CHAPITRE I.er

GÉOGRAPHIE.

NOTICE historique et analytique sur la Construction des Cartes géographiques.

§. I.er

HISTORIQUE.

DANS l'origine, la géographie ne consistait qu'en des descriptions plus ou moins bien faites. On cherchait à peindre, pour ainsi dire, par écrit, les lieux dont on parlait; on les désignait par les qualités qui leur convenaient le plus; et les poésies d'Homère nous en fournissent plus d'une preuve : toutes les villes dont ce poëte a

fait mention, se reconnaissent encore par les épithètes qu'il leur a assignées ; et cette exactitude scrupuleuse lui a fait donner par plusieurs auteurs le titre de *premier géographe de l'antiquité.*

Depuis Homère la géographie a bien changé de face. Le premier des Grecs, dit-on, qui ait construit une carte du monde entier, est Anaximandre de Milet, disciple de Thalès, et qui vivait vers l'an 575 avant l'ère chrétienne. On ne saurait dire comment cette carte était composée, parce que l'histoire ne nous a transmis aucun détail à cet égard; mais l'on doit croire qu'elle ressemblait assez à celle que l'on pourrait construire de la Scythie, d'après le récit de l'historien Hérodote. On formait un cercle ou un carré, dont chaque côté avait un nombre de stades déterminé, et dans l'intérieur on figurait le pays d'après l'idée qu'on s'en était faite.

Malgré cette première carte d'Anaximandre, on n'en continua pas moins à faire des descriptions. Les navigateurs se dirigèrent sur des périples par écrit où l'on avait marqué les distances, et quelquefois les aires de vent; et quoique les connaissances en géographie se fussent fort étendues par l'expédition d'Alexandre, néanmoins la science en resta là jusqu'à l'établissement de l'école d'Alexandrie.

Ce fut alors que la géographie prit un nouvel essor. Ératosthène, l'homme le plus universel de son siècle, et qui fut nommé bibliothécaire de la bibliothèque d'Alexandrie par Ptolémée Philadelphe, vers l'an 260 avant l'ère chrétienne, entreprit le premier de construire des cartes sur des bases solides, et il y parvint. Il imagina une ligne qui, allant du couchant au levant, passait par le détroit de Gibraltar, par Rhodes, et se prolongeait jusqu'aux dernières terres connues vers l'Orient. Sur celle-ci, il en dressa une perpendiculaire qui passait par Alexandrie, Rhodes et Byzance; et sur ces deux lignes, qui se coupaient à angle droit, il plaça différentes villes suivant leurs distances itinéraires indiquées par les navigateurs et les voyageurs. Il dressa ensuite d'autres lignes parallèles à la première, par le moyen desquelles il indiqua la position de plusieurs villes qui se trouvaient éloignées des deux premières.

Quelques personnes ont prétendu qu'Ératosthène n'était point l'inventeur de ce procédé, et qu'il l'avait pris sur des restes de cartes qui annonçaient une géographie aussi perfectionnée que la géographie actuelle : mais rien, dans l'antiquité, n'indique cette géographie perfectionnée; et d'ailleurs, l'excès des mesures qu'Ératosthène a employées, prouve assez qu'il est l'inventeur du

procédé dont il s'est servi, et qu'il n'a fait que mettre en œuvre des matériaux qui étaient entre les mains de tout le monde. Suivant lui, l'espace compris entre le cap Saint-Vincent en Espagne et les embouchures du Gange, couvrait plus du tiers de la circonférence du globe sur le trente-sixième parallèle, tandis qu'il n'en occupe qu'un peu plus du quart.

Ce premier essai d'Ératosthène fut sans doute ce qui donna naissance à la division de la terre par *climats*, et encore plus certainement ce qui enfanta la *projection* que l'on a depuis appelée *de la carte plate.*

Ératosthène avait proposé de diviser le grand cercle de la terre en trois cent soixante degrés ou parties; mais il n'avait point fait usage de cette proposition. Hipparque, astronome habile, qui vint après lui, saisit avidement cette idée; il l'appliqua à la carte d'Ératosthène. Il fit plus; il fut le premier qui soupçonna qu'il fallait aller chercher dans le ciel ou dans l'astronomie, des bases géographiques fixes et invariables pour tous les peuples et pour tous les temps. Il entrevit que la position de chaque étoile, en déterminant sa distance à l'équateur et à un premier méridien, était un point de reconnaissance, et qu'on pouvait rapporter à chaque point ainsi fixé un lieu

correspondant de la terre : il entreprit et acheva un catalogue des étoiles, et en détermina l'emplacement par les deux indications de leur longitude et de leur latitude. Dès-lors, la *projection de la carte plate* devint plus régulière et plus constante; et c'est celle qu'employèrent Possidonius et Marin de Tyr, et dont nos pilotes de la Méditerranée firent usage dans le moyen âge, jusqu'à la découverte du nouveau monde.

Néanmoins, de la manière dont les anciens traçaient cette *projection plate*, elle n'était point encore établie suivant les vrais principes qui la constituent. L'essence de la *projection plate* est de faire les degrés de longitude et de latitude égaux par toute la terre ; de sorte qu'une carte du monde entier, dressée sur ce principe, serait un véritable échiquier. Les anciens, au contraire, persuadés que les pays qui se trouvaient sous la zone torride comme sous la zone glaciale, ne pouvaient être habités, sacrifièrent l'exactitude rigoureuse de cette projection, à l'avantage des pays qu'ils avaient à représenter. Ils firent les degrés de latitude égaux entre eux ; mais pour les degrés de longitude, en leur conservant la même distance respective, ils ne les éloignèrent l'un de l'autre que dans la proportion qu'ils ont réellement sur le globe à la hauteur du trente-sixième parallèle, qui passait

à-peu-près par le milieu des terres alors connues. Sur ce parallèle, le degré de longitude, par son décroissement, ne vaut qu'environ les quatre cinquièmes de celui de l'équateur, qui est égal à celui de latitude : ainsi les anciens traçaient leurs degrés de longitude dans une proportion qui était avec ceux de latitude comme 4 est à 5. C'est de cette manière qu'étaient construites les projections d'Hipparque, de Possidonius et de Marin de Tyr.

Mais les découvertes ayant fait connaître des pays situés dans l'une des zones que l'on croyait inhabitées, ces pays, sous cette projection, se trouvèrent extraordinairement défigurés. Alors Ptolémée l'astronome assujettit les cartes de Marin à une nouvelle projection ; et c'est celle que l'on peut appeler *la projection conique*, ou *le développement du cône.* Ptolémée avait bien vu que la projection plate, telle qu'on l'exécutait, n'était point favorable aux pays situés près de l'équateur : mais s'il l'eût rétablie dans sa pureté, elle aurait eu un autre inconvénient, qui aurait été de dilater singulièrement tous les pays dans le sens de la longitude, à mesure qu'ils se seraient éloignés de l'équateur ; en sorte que, sous le trente-sixième parallèle, les longitudes auraient été trop fortes d'environ un cinquième : c'est pourquoi il inventa la projection dont nous venons de parler.

En

En effet, cette projection, par l'inclinaison des méridiens, remédie en grande partie aux inconvéniens de la projection plate ; mais il ne faut pas qu'elle soit trop étendue : c'est celle dont on se sert communément pour construire des cartes particulières de la France, des îles Britanniques, de l'Allemagne, &c. On peut même l'étendre jusqu'à l'Europe entière ; mais au-delà elle aurait trop d'inconvéniens. Cependant Ptolémée, voulant représenter sous cette projection tout le monde connu de son temps, chercha à remédier lui-même à ces inconvéniens : il prit le parti de l'altérer par des moyens un peu différens de son principe, mais qui néanmoins sont assez avantageux aux pays que l'on veut représenter.

Dans *la projection conique pure*, tous les parallèles sont des parties de cercle concentriques ; et les méridiens, partant du même centre en ligne droite, comme autant de rayons, viennent couper ces parallèles à angles droits. Ptolémée, en altérant cette projection, conserva la courbure des parallèles ; mais il renfla les méridiens, et les traça également par des lignes courbes, ou plutôt des ellipses. C'est cette projection qui, prise pour la partie de la terre qu'il avait à représenter, a été appelée par lui πίναξ χλαμυδοειδής, c'est-à-dire, *la carte ayant la forme d'un manteau*, parce que cette projection

ressemble en effet assez à un manteau que l'on aurait étendu sur une surface plane ; on pourrait l'appeler *la projection conique altérée*, ou *la projection de Ptolémée.* Quoi qu'il en soit de cette dénomination, c'est encore la projection que l'on emploie comme la plus avantageuse pour faire des cartes d'Asie, d'Afrique et d'Amérique ; et son développement entier, qui a été essayé par plusieurs géographes, donnerait la figure d'un cœur, ou plutôt de ce que l'on appelle un cerf-volant.

Ptolémée avait rendu un grand service à la géographie en imaginant ces deux projections, néanmoins on n'en fit point usage de long-temps. On copia ses cartes sans examiner le principe sur lequel elles étaient construites ; on les rectifia même dans quelques détails ; et après s'en être servi, on les abandonna pour revenir à la projection plate. Ce fut celle, comme on l'a dit, que les pilotes de la Méditerranée employèrent, dans le moyen âge, pour construire leurs cartes ; et l'ignorance même en fit souvent disparaître la graduation.

La découverte du cap de Bonne-Espérance, et celle du nouveau monde, ayant considérablement accru les connaissances, et les lumières ayant reparu dans le même temps, on en revint peu-à-peu aux projections de Ptolémée. Néanmoins

ce ne fut que sous la main de Mercator, vers la fin du seizième siècle, que les cartes géographiques prirent une nouvelle forme. Ce savant géographe, en même temps grand mathématicien, voyant que la projection de Ptolémée défigurait singulièrement les pays nouvellement découverts, inventa deux nouvelles projections: l'une pour représenter le globe entier, que l'on appelle *la projection stéréographique;* et l'autre pour l'usage des marins, que l'on appelle *de la carte réduite.* Ptolémée avait entrevu la projection stéréographique; et quelques personnes prétendent que Gemma-Frison, célèbre astronome, peu avant Mercator, en avait fait usage pour un astrolabe qu'il avait inventé: mais il ne paraît pas qu'on l'ait appliquée aux cartes avant Gérard Mercator. Cette projection a l'inconvénient de ne pouvoir souffrir d'échelle divisée en parties égales, comme la projection conique: mais elle a l'avantage de représenter assez nettement, dans un espace déterminé, toutes les parties du globe; et c'est celle dont on fait encore usage pour ce que l'on appelle *la mappemonde.*

La projection de la carte réduite dérive de la projection plate. Cette dernière, malgré ses grands défauts, offrait pourtant un avantage aux marins, celui de leur donner les moyens de tracer, sur la

carte, leur route par des lignes droites; tandis que, sur toute autre projection, ils auraient été obligés de se servir de lignes courbes: mais les rumbs de vent, en partant d'un lieu, ne tombaient jamais sur l'endroit où ils auraient tombé sur le globe. Ce défaut fut très-léger et à peine senti, tant qu'on ne navigua que sur la Méditerranée; mais dès qu'on fit des découvertes au loin, il devint considérable, et on s'aperçut qu'on ne pouvait plus se servir de la projection plate. Mercator, en homme de génie, imagina donc la projection de la carte réduite, qui porte aussi son nom, et qui à l'avantage des lignes droites joint celui d'indiquer les aires de vent d'une manière très-exacte, en sorte qu'elle satisfait suffisamment les navigateurs.

Dans cette projection, les parallèles et les méridiens sont tous marqués par des lignes droites qui se coupent à angles droits, comme dans la carte plate; mais avec cette différence, que les parallèles y sont toujours de plus en plus espacés à mesure qu'ils s'éloignent de l'équateur, et qu'ils sont tracés dans une proportion correspondante à celle du décroissement des degrés de longitude sur le globe. Il est vrai qu'on ne peut pas non plus porter d'échelle divisée en parties égales sur une carte construite de cette manière, et que les

pays, à mesure qu'ils s'éloignent de l'équateur, prennent un caractère de grandeur qui les rend fort différens de ceux qui se trouvent sous cette ligne même; mais les navigateurs la préfèrent, parce qu'elle satisfait à-peu-près à tous leurs besoins, et qu'elle leur sert comme d'instrument pour tracer leur route.

Mercator publia, en 1569, la premiere carte qu'il avait composée sous cette projection; mais comme il ne donna point en même temps les principes sur lesquels il s'était fondé, les Anglais s'attribuèrent l'honneur de l'avoir inventée. Leur compatriote Edward Wright la développa dans un ouvrage qui parut à Londres en 1599. Ils prétendirent qu'il en était l'auteur: on sait actuellement à qui en appartient l'invention; et, malgré les Anglais, cette projection portera toujours le nom de Mercator. C'est elle que l'on emploie pour toutes les cartes marines ou hydrographiques, tant générales que particulières; mais elle ne peut aller jusqu'aux pôles.

Mercator conserva la projection conique de Ptolémée pour les cartes géographiques particulières; et il la construisit comme ce géographe, en inclinant ses méridiens en raison de leur distance prise sur deux parallèles situés l'un au tiers et l'autre aux deux tiers de la hauteur de

la carte qu'il voulait dresser. Par ce moyen, il compensa la dilatation des parties extrêmes de sa carte, en resserrant celle qui était comprise entre ces deux parallèles ; et son cône devint sécant. Plusieurs géographes ont imaginé depuis de faire ce cône tangent au parallèle du milieu de la carte qu'ils avaient à construire, apparemment parce qu'il est plus facile à calculer, et qu'on peut même le réduire en table : mais, sous cette projection, tout se trouve en dilatation, à l'exception de la partie qui est sous le parallèle touché ; c'est pourquoi les plus habiles géographes ont toujours préféré la méthode de Mercator et de Ptolémée.

Cependant, la pratique de la trigonométrie et la perfection des instrumens ayant donné lieu à des levées sur le terrain beaucoup plus étendues que celles qui avaient été faites jusqu'alors, il fallut les assujettir à une projection, et aucunè de celles qui existaient ne parut propre à cela. César-François Cassini, dans le milieu du siècle dernier, après avoir levé toute la France trigonométriquement, inventa une nouvelle projection pour réunir tous ses triangles, et c'est celle dont M. Dionis du Séjour a développé la théorie par les calculs qu'il y a appliqués.

Il imagina d'étendre sur le papier le méridien

Digitized by Google

du lieu qu'il choisissait pour le milieu de sa carte, et de dresser, sur ce méridien, des perpendiculaires, qui sont autant de grands cercles de la sphère, et qui vont tous se couper à quatre-vingt-dix degrés de ce méridien. Il dressa ensuite des parallèles à la méridienne, qui sont également de grands cercles, et qui vont aussi se couper à quatre-vingt-dix degrés de la perpendiculaire du lieu pris pour point central. Par ces procédés ingénieux, il se procura, au centre de sa projection, une surface assez avantageuse pour son objet, et il se donna le moyen de déployer la plus belle carte que l'on ait faite en ce genre. Mais les grands cercles qu'il a imaginés sur le globe, renfermant entre eux des espèces de fuseaux, on sent qu'il n'aurait pu continuer de les tracer, comme il l'a fait, par des lignes droites, à une assez grande distance de son centre, sans dilater singulièrement ces fuseaux : on doit donc être très-modéré dans l'emploi de cette projection, dont la dilatation est peu sensible d'abord, mais qui devient si considérable par la suite, qu'elle est déjà ; dans les feuilles extrêmes de la carte de France de Cassini ; d'environ cent cinquante toises sur quarante mille, et sur un rayon de trois cent soixante mille toises. Néanmoins cette projection, établie d'après les formules de Dionis du Séjour, est une des plus

simples et des plus convenables pour la réunion immédiate des levées géométriques.

BARBIÉ-DUBOCAGE.

§. II.

ANALYSE.

LA difficulté d'exécuter des globes assez grands pour montrer les détails de la géographie, et l'embarras qu'occasionnent ces instrumens, même sur des dimensions peu satisfaisantes par rapport aux résultats, ont fait sentir le besoin de représenter sur une surface plane la situation respective des divers lieux de la terre : d'ailleurs, les détails topographiques, qui sont les élémens des cartes générales, étant tracés sur un plan, doivent naturellement se réunir sur une surface semblable.

Les surfaces courbes comparées au plan, se partagent en deux classes : les unes, comme celles des cônes et des cylindres, peuvent s'étendre sur un plan sans déchirure ni duplicature, et se nomment, par cette raison, *surfaces développables;* les autres, comme celles de la sphère et des sphéroïdes, se refusent absolument à cette extension. Si la terre eût été comprise dans la première classe, un simple développement, facile à exécuter, aurait donné des cartes dans lesquelles les distances des lieux

et l'étendue respective des régions se seraient conservées telles qu'elles sont en effet : mais malheureusement la terre est un sphéroïde ; sa surface ne saurait coïncider rigoureusement avec un plan ; et de là résulte l'impossibilité de conserver en même temps sur une carte les rapports d'étendue des diverses contrées, ceux des distances des lieux, et la similitude des configurations. On est obligé d'avoir recours à des constructions diverses pour représenter, au moins d'une manière approximative, chacun de ces rapports en particulier.

Ces constructions ont reçu le nom de *projections*, qu'on applique, en général, aux dessins dont l'objet est de faire trouver sur un plan les dimensions de l'espace et des corps qu'il renferme. Il y en a de deux sortes : les unes sont des *représentations perspectives* du globe ou des parties de sa surface prises de *divers points de vue*, et sur divers plans considérés comme *tableaux ;* les autres ne sont que des espèces de développemens assujettis à des lois approximatives, et appropriés aux rapports qu'on veut conserver. C'est à cette dernière espèce que se rapportent la carte de France et les cartes marines dont on fait usage maintenant.

Lambert, et après lui Euler et la Grange, ont ramené la théorie de ces deux espèces de projections au principe général de la transformation

des coordonnées circulaires prises sur la sphère, savoir, des méridiens et des parallèles, en d'autres lignes, droites ou courbes, tracées sur un plan, d'après des conditions relatives aux propriétés que doit avoir la carte.

ARTICLE I.er

Des Projections perspectives.

1. Le choix du point de vue et du plan du tableau étant fait, la projection peut se construire, pour chaque lieu particulier, suivant les règles de la perspective ordinaire, qui reviennent, au fond, à déterminer sur le tableau le point par où passe la droite menée de l'œil à l'objet : mais le nombre d'opérations qu'il faudrait effectuer, si l'on considérait isolément chacun des points du pays qu'on se propose de représenter, étant trop considérable, on se borne à construire les lignes qui sont les perspectives des méridiens et des parallèles, et qui, par leur rencontre, déterminent toutes les positions géographiques.

En faisant abstraction, pour le moment, de l'aplatissement de la terre, et la considérant comme sphérique, on voit que l'ensemble des rayons menés de l'œil à tous les points d'un cercle quelconque tracé sur le globe, formera un cône

dont la section, par le plan du tableau, ne pourra être qu'une des courbes du second degré, et sera même une ligne droite dans certains cas. Il paraît qu'on s'est d'abord déterminé, dans le choix du point de vue et du tableau, par la considération des facilités qui pouvaient en résulter pour la construction de la carte; et dès le temps de Ptolémée (1), on avait remarqué qu'en faisant passer le tableau par le centre de la sphère, et plaçant le point de vue à l'extrémité du rayon mené perpendiculairement à ce plan, tous les cercles du globe avaient pour perspectives d'autres cercles dont la construction était facile, et qui se coupaient dans la carte sous les mêmes angles que sur la sphère; en sorte que les quadrilatères sphériques rectangles, compris entre les méridiens et les parallèles, y étaient représentés par des quadrilatères curvilignes rectangles aussi.

On a prouvé depuis que les portions infiniment petites du globe prennent, dans cette projection, une figure semblable à celle qu'elles ont; mais il faut bien observer que cette similitude n'a lieu que par rapport aux espaces très-petits : telles sont les conventions qui ont donné lieu à la projection *stéréographique*, et les principales propriétés dont elle jouit.

(1) *Ptolomæi Planisphærium &c.* Aldus, Venetiis, 1558.

2. On l'emploie le plus souvent à représenter un hémisphère tout entier. L'ensemble des deux hémisphères se nomme MAPPEMONDE. Lorsqu'on choisit ceux qui sont circonscrits par le premier méridien, le tableau est, dans ce cas, le plan du méridien, et l'œil est placé au pôle de ce cercle.

Il suffit d'avoir jeté les yeux sur une carte de ce genre, pour reconnaître que les quadrilatères compris entre deux méridiens et deux parallèles consécutifs, augmentent d'étendue en allant du centre à la circonférence, et cela dans un rapport très-considérable. On sent d'ailleurs que cet agrandissement résulte de l'obliquité que prennent les rayons visuels, en s'écartant de celui qui est perpendiculaire, et qu'on peut nommer *l'axe optique.* Il suit de là que les régions placées vers les bords de l'hémisphère ont une étendue bien plus considérable que si elles se trouvaient au centre, et que l'on est induit en erreur lorsqu'on veut les comparer à celles qui occupent cette partie.

3. Les mappemondes ont encore l'inconvénient de séparer les parties adjacentes du globe, et de n'offrir, d'une manière complète, que la situation respective et la configuration des régions placées vers le milieu de la carte. On remédie à ce défaut, en faisant des projections polaires et des projections horizontales. Les premières

représentent les hémisphères séparés par l'équateur, et font voir avec assez d'exactitude l'ensemble des régions circompolaires. Les secondes donnent les hémisphères placés au-dessus et au-dessous de l'horizon du lieu auquel elles se rapportent, et sont les plus propres à faire connaître les régions qui environnent ce lieu, ou son antipode : elles méritent, par cette raison, une attention particulière.

4. L'inégalité des espaces de la graduation de la projection stéréographique ne permet pas de lui appliquer, en général, une échelle rectiligne pour comparer les distances respectives des lieux, distances qui se mesurent sur la terre suivant l'arc du grand cercle qui joint ces lieux deux à deux : mais on peut toujours, par le moyen de la graduation même, mesurer la distance entre le centre de la carte et tel de ses points qu'on voudra ; et l'on peut, par conséquent, connaître sur la projection horizontale relative à Paris par exemple, la distance de cette ville à tous les autres points du globe. Cette propriété résulte de ce que tous les grands cercles qui passent par le centre de la carte, se coupant suivant l'axe optique, ont pour perspectives des lignes droites menées par ce centre, et admettent une graduation semblable à celle de l'équateur des mappemondes faites sur le plan du méridien.

5. En plaçant le point de vue au centre de la sphère, et prenant pour tableau un plan tangent à sa surface, on obtient une perspective du globe dans laquelle tous les grands cercles sont représentés par des lignes droites. Elle altère, comme les précédentes, et plus encore, l'étendue des régions, à mesure qu'elles s'éloignent du centre de la carte; elle ne peut même représenter un hémisphère entier, parce que les rayons visuels, menés par la circonférence qui termine cet hémisphère, sont parallèles au plan du tableau : mais elle peut être fort utile pour des parties du globe dont l'étendue ne serait pas très-considérable, et elle est susceptible d'une espèce d'échelle dont la construction n'est pas difficile à trouver. C'était, sans doute, par cette raison, que Prony s'était proposé de s'en servir dans les cartes du Cadastre. Cette projection, que l'on nomme *centrale*, s'emploie aussi pour les cadrans solaires.

6. Si l'on conçoit le point de vue porté à une distance infinie du tableau, les rayons visuels deviendront parallèles entre eux : en les supposant alors perpendiculaires au tableau, on aura la projection *orthographique*, dans laquelle les méridiens et les parallèles sont en général représentés par des ellipses, excepté dans la projection polaire, où les méridiens sont des lignes

droites, et les parallèles des cercles concentriques.

7. Cette espèce de cartes a, par rapport aux espaces, le défaut contraire à celui des précédentes; elle les diminue du centre à la circonférence, à cause de l'obliquité sous laquelle les parties latérales de la sphère se présentent à son plan diamétral. La Hire a conclu de là qu'en prolongeant l'axe optique hors de la sphère, le tableau passant toujours par le centre, il existait sur cet axe un point tel, que l'inégalité des espaces vus de ce point était la plus petite possible; car il est évident que lorsque le point de vue s'éloigne assez pour que l'obliquité des rayons, qui tend à agrandir les espaces, devenant moindre, puisse être compensée par celle des surfaces projetées, qui tend à les diminuer, leur accroissement doit se changer en décroissement. Il ne peut y avoir égalité absolue dans tous, parce que la loi de leur variation dépend de leur situation particulière; mais à la limite que nous venons d'assigner, leurs différences sont assez petites pour pouvoir être négligées dans une carte générale ou à petit point.

La Hire (1) a pris le point de vue de sa

(1) Mémoires de l'Académie des sciences, année 1701, page 260.

projection à une distance de la sphère égale au sinus de cinquante grades ou du demi-*quadrans*. J'ignore si l'on a construit des cartes sur cette projection, et je suis surpris qu'elle ne soit pas devenue commune; car elle me paraît préférable à la projection ordinaire des mappemondes. On objecterait en vain que les méridiens et les parallèles s'y trouvant représentés par des ellipses, elle doit être plus difficile à tracer; car il est évident que le dessin de la projection est toujours, pour un géographe instruit, la moindre des difficultés que présente l'exécution d'une carte. On a un grand nombre de moyens simples et commodes pour tracer des ellipses par points; et l'on est souvent obligé d'en employer de semblables pour les méridiens circulaires, lorsqu'ils sont placés vers l'axe des mappemondes, parce que leur rayon est trop grand pour qu'il soit possible de les décrire avec le compas. La projection horizontale, faite d'après les principes de la Hire, serait susceptible de donner les distances, comme la projection stéréographique. Enfin, je ne vois pas qu'aucune des propriétés de la projection stéréographique puisse compenser, par rapport aux mappemondes, les inconvéniens de la disproportion qu'elles mettent entre des espaces égaux, et l'erreur où elles induisent l'élève qui veut comparer, par exemple,

l'Inde

Digitized by Google

l'Inde avec la Nouvelle-Zemble, et la mer Rouge avec la baie de Baffin.

8. La projection stéréographique est peu employée à l'égard des cartes particulières; il n'y a guère que les Allemands qui s'en soient servis dans ce cas, et particulièrement Hasius, qui a composé la plus grande partie des cartes de l'Atlas de Homann, fort répandu vers le milieu du siècle passé. Les quatre parties du monde, représentées isolément par cette projection, ne sont que des portions de la mappemonde, projetées sur le plan du méridien perpendiculaire à celui qui passe par le milieu de la carte. La longueur excessive des rayons des cercles les rend assez difficiles à tracer, et l'altération des espaces et des distances n'y est pas moindre que dans d'autres projections plus aisées à exécuter : voilà pourquoi ces cartes sont peu communes en France.

On peut y diminuer l'inégalité des espaces comme dans la mappemonde, en plaçant le point de vue hors du globe : mais la distance à laquelle il convient de le porter, dépend de l'étendue du pays qu'embrasse la carte, diminue à mesure que cette étendue devient plus petite, et peut se calculer aisément, en comparant le degré sur les bords de la carte avec celui qui se trouve vers le milieu.

Digitized by Google

Article II.

Des Projections par développemens.

9. La plus simple de ces projections est celle qu'on nomme *la projection conique.* Il est bien naturel en effet d'assimiler une zone sphérique à un cône tronqué, et d'en construire ensuite le développement : les parallèles deviendront des cercles décrits du sommet du cône pris pour centre, et les méridiens seront des lignes droites assujetties à passer par ce point. Il est visible qu'on aura un résultat d'autant plus approché, que la carte embrassera moins d'étendue en latitude.

Cette projection peut varier de plusieurs manières ; car on peut supposer que le cône soit tangent au parallèle moyen de la carte, et par conséquent extérieur ; ou bien qu'il soit en partie inscrit dans la sphère, c'est-à-dire, formé par les sécantes des méridiens. Dans le premier cas, la carte n'aura d'exactitude rigoureuse que sur le parallèle moyen, qui conservera dans le développement la longueur qu'il a réellement sur le globe ; mais les parallèles placés tant au-dessus qu'au-dessous de celui-là, excéderont ceux qui leur correspondent sur le globe. Murdoch, géomètre anglais, a proposé de substituer au cône tangent, un cône en partie inscrit et déterminé

par cette condition, *que la partie de son aire comprise dans la carte soit équivalente à celle de la zone sphérique qu'elle représente.*

10. L'astronome de Lisle, qui fut chargé de construire une carte générale de l'empire de Russie, voulant éviter les inconvéniens de la projection stéréographique énoncés ci-dessus, employa la projection conique : mais, pour la perfectionner, il imagina de faire entrer le cône dans la sphère, de manière qu'il la coupât suivant deux parallèles placés chacun à égale distance du parallèle moyen et de l'un des deux parallèles extrêmes. La carte avait ainsi, sur les deux parallèles dont on vient de parler, la même dimension que la partie correspondante du globe; et son étendue totale différait peu de celle du pays qu'elle devait représenter, parce que l'*excédant* qui se trouvait aux deux extrémités de la carte était compensé, au moins en partie, par le défaut qu'avait, à l'égard de la zone sphérique, la portion inscrite du cône. La carte comprenant depuis le 40.me de la latitude jusqu'à 70°, le parallèle moyen répondait à 55°; les parallèles communs avec la sphère étaient ceux de 47° 30' et de 62° 30'.

11. Euler s'est occupé de cette projection; mais il a substitué à la détermination des parallèles qui devaient être communs avec la sphère, celle

du point de concours des lignes droites qui représentent les méridiens, et de l'angle qu'elles font entre elles lorsqu'elles comprennent un degré de longitude. Ses calculs sont appuyés sur les conditions suivantes : 1.° que les erreurs soient égales aux extrémités méridionales et septentrionales de la carte ; 2.° qu'elles soient aussi égales à la plus grande de celles qui ont lieu vers le parallèle moyen de la carte. Il en conclut que le point de concours des méridiens doit être placé au-delà du pôle, d'une quantité égale à 5° de latitude, et que l'angle de deux méridiens consécutifs doit être de 48' 44" (1).

Il cherche ensuite de combien les arcs de grand cercle qui mesurent les distances sur le globe, diffèrent des lignes droites qu'on leur substitue sur la carte ; et il trouve qu'un arc de 90° aurait sur la carte une longueur de 90,79, exacte à moins d'un centième de sa valeur.

12. On pourrait substituer à la projection conique faite sur deux parallèles du globe, une carte qui coïncidât avec trois, et cela en décrivant les parallèles extrêmes et le parallèle moyen, soit en lignes droites, soit en cercles concentriques

(1) Mémoire d'Euler, tome I.er, 1.re partie des *Acta Academiæ Petropolitanæ*.

d'un rayon donné ; puis en divisant ces parallèles conformément à la loi du décroissement des degrés de longitude. On se procurerait ainsi trois points pour chaque méridien qu'on représenterait par le cercle mené par ces trois points. Je ne m'arrêterai pas sur cette projection, indiquée, je crois, par Bion dans son Usage des globes, et qui n'est, comme celle de Ptolémée, que la projection conique défigurée.

13. Quelques géographes ont eu aussi l'idée de développer en lignes droites tous les parallèles, et l'un des méridiens, celui qui passe par le milieu de la carte : alors les parallèles, qui sont tous des perpendiculaires à ce méridien, sont espacés comme sur le globe ; puis on prend sur chacun les degrés de longitude, tels que les donne la loi de leur décroissement, c'est-à-dire, proportionnels au cosinus de la latitude ; enfin on fait passer par chaque série de points de division correspondans, une ligne courbe qui représente le méridien. Il résulte de cette construction que, dans le sens de ses parallèles, la carte a par-tout des dimensions égales à celles du globe : mais la configuration y est considérablement altérée sur les bords, par l'obliquité que prennent les méridiens ; en sorte que des quadrilatères sphériques rectangles, compris entre les méridiens et les

parallèles, y sont représentés par des trapèzes mixtilignes, dont les angles sont très-inégaux, mais, à la vérité, dont les aires sont égales. Cette projection a été employée dans l'Atlas céleste de Flamsteed, et dans les quatre parties du monde de J. B. Nollin, et de plusieurs autres géographes.

14. Facile à tracer, et conservant, d'une manière au moins très approchée, entre les diverses régions, les rapports naturels d'étendue, cette projection devait intéresser les géographes : aussi a-t-on trouvé un moyen fort simple de corriger le défaut occasionné par l'obliquité des méridiens. On a substitué aux lignes droites qui représentent les parallèles, des cercles concentriques décrits d'un point pris dans l'axe de la carte et passant par les divisions de ce méridien. La position de leur centre commun est fixée d'après la courbure qu'il convient de leur donner pour qu'ils coupent tous les autres méridiens le moins obliquement qu'il est possible. Cette projection est la plus usitée en France, dans les cartes générales, telles que celles des quatre parties du monde. De Lisle et d'Anville entre autres s'en sont servis. Les quadrilatères compris entre les parallèles et les méridiens de cette projection, sont, comme dans la précédente, équivalens à ceux du globe.

Dans l'une et dans l'autre, les distances ne peuvent être mesurées, à la rigueur, que sur les méridiens et sur les parallèles ; et les échelles qu'on y trouve ne donnent que des approximations, suffisantes, à la vérité, pour les besoins ordinaires de la géographie.

15. M. de Lorgna (1) a proposé une nouvelle projection jouissant de la propriété de représenter par des espaces égaux les régions d'égale étendue. Pour construire la carte d'un hémisphère, il le conçoit partagé en demi-fuseaux par des plans menés par son axe ; et du centre du grand cercle perpendiculaire à cet axe, il en décrit un autre dont l'aire soit équivalente à celle de l'hémisphère. Il est aisé de voir que chaque quart de fuseau sera représenté, sur le cercle dont il s'agit, par un secteur dont l'angle sera égal à celui que forment les deux plans qui comprennent le fuseau. Dans la projection polaire tracée d'après ce principe, les méridiens sont les rayons du cercle qui termine la carte ; les parallèles sont des cercles concentriques à ce premier et équidistans ; les quadrilatères formés par les méridiens et les parallèles, sont égaux et rectangles comme sur la sphère ;

(1) *Principj di geografia astronomico-geometrica.* In Verona, 1789, *in-4.°*

Digitized by Google

et par cette raison, la configuration des pays n'est pas très-altérée. Les distances ne se mesurent pas immédiatement par la droite qui joint les deux points que l'on compare ; mais elles n'en diffèrent pas beaucoup, et leur valeur exacte peut s'en déduire assez facilement. Ces propriétés, qu'on ne peut contester à la projection de M. de Lorgna, constituent, suivant lui, celles que doit avoir, pour être admise, toute bonne projection géographique ; et, dans le vrai, il ne pourrait qu'être utile d'adopter, pour les cartes ordinaires, cette projection, qui est très-facile à décrire, lorsqu'il s'agit des hémisphères terminés par l'équateur. L'auteur a aussi donné le moyen de l'appliquer aux cartes particulières ; mais le tracé se complique lorsqu'il s'agit des hémisphères terminés par l'horizon, parce qu'il faut alors substituer aux méridiens et aux parallèles les cercles azimutaux et les almicantarats [ou parallèles à l'horizon] du lieu pris pour centre de la carte ; cercles auxquels on ne peut rapporter les longitudes et les latitudes que par une construction ou un calcul particulier. L'inconvénient est le même à l'égard des hémisphères terminés par le méridien ; mais, comme je l'ai dit plus haut, il faut toujours compter pour peu de chose les difficultés de la projection, qui ne doivent jamais arrêter le géographe,

lorsqu'il en résulte des avantages dans l'usage journalier des cartes.

16. Les opérations effectuées (1) dans le siècle précédent pour déterminer la figure de la terre par la mesure des degrés des méridiens et des parallèles, ont fait naître une espèce de projection très-importante, puisque c'est celle de la grande carte de France, le plus beau travail géographique qu'on ait exécuté jusqu'ici.

Lorsqu'on entreprit de mesurer un degré de longitude, on reconnut la difficulté qu'il y avait à tracer exactement sur la terre un parallèle à l'équateur. En effet, si par un alignement perpendiculaire au méridien d'un lieu et dirigé au moyen de piquets verticaux on détermine une suite de points, il est évident qu'en supposant la terre sphérique, ils appartiendront au grand cercle terrestre compris dans le plan vertical mené perpendiculairement au méridien dont il s'agit, et qui répond au cercle céleste que l'on nomme *premier vertical.* Le parallèle à l'équateur se sépare bientôt de ce cercle, qu'il ne fait que toucher au point où il coupe le méridien. Dans un sphéroïde, la courbe perpendiculaire au méridien est à double

---

(1) Mémoire de Cassini, Académie des sciences, *année 1745.*

courbure, et la recherche de ses propriétés a occupé plusieurs géomètres (1).

Le méridien et ses perpendiculaires étant les lignes qui se tracent le plus facilement par les opérations astronomiques et géodésiques, c'est au méridien de l'observatoire de Paris et à ses perpendiculaires qu'on rapporte immédiatement les points de la carte de France; leurs latitudes et leurs longitudes n'ont été conclues qu'*à posteriori* et par le calcul (2).

Pour se former une idée de la manière dont cette projection représente les espaces terrestres, il faut observer que les grands cercles perpendiculaires au méridien (en supposant la terre sphérique) se coupent tous au pôle de ce méridien, et convergent par conséquent les uns vers les autres, tandis que, sur la carte où le même méridien est une ligne droite, ils deviennent parallèles entre eux.

Il résulte de là que les fuseaux déterminés par deux cercles perpendiculaires au méridien sont représentés par des rectangles de même longueur.

---

(1) Mémoire de Clairaut, Académie des sciences, *année* 1733.

(2) Traité analytique des mouvemens célestes, par du Séjour; *tom. II.*

Digitized by Google

Ainsi les distances et les aires ne peuvent être mesurées immédiatement sur la carte de France que par approximation, et à cause que l'étendue en longitude n'est pas assez considérable pour que la convergence des perpendiculaires au méridien entraîne une erreur de quelque importance, par rapport aux besoins ordinaires de la géographie. On a sans doute préféré cette projection à toute autre, parce qu'elle offre les déterminations telles qu'elles ont été obtenues directement par les opérations sur le terrain, et qu'il aurait fallu les transformer pour passer à une autre projection.

17. En suivant sur le globe un rumb de vent dont la propriété est de faire le même angle avec tous les méridiens qu'il rencontre, on décrit, lorsqu'on n'est pas exactement sur la ligne nord et sud, ou sur la ligne est et ouest, une courbe très-différente du cercle, et qui, dans les cartes où les méridiens ne sont pas des lignes droites parallèles, est représentée par une espèce de spirale. L'impossibilité de mesurer avec le compas les parties de cette courbe, a fait chercher aux marins des projections où elle devient une ligne droite.

Lorsqu'il ne s'agit que de représenter de petits espaces, ou du moins peu étendus en latitude, on peut substituer à la zone sphérique le développement d'un cylindre soit inscrit, soit circonscrit à

cette zone, et dont l'axe coïncide avec celui du globe. Les méridiens, qui résultent des sections du cylindre par des plans passant par son axe, sont représentés par des lignes droites parallèles à cet axe; les plans des cercles parallèles coupent le cylindre suivant des cercles parallèles à sa base et qui deviennent des lignes droites dans le développement. Telle est la construction des cartes plates, dont on attribue l'invention à dom Henri, infant de Portugal : leurs défauts sont analogues à ceux de la projection conique, et même plus considérables; car dans celle-ci on peut donner à deux parallèles leur véritable longueur par rapport aux degrés de latitude, tandis que cela ne peut se faire dans la carte plate que pour un seul, savoir, pour l'inférieur lorsqu'on développe le cylindre circonscrit, et pour le supérieur lorsqu'on développe le cercle inscrit.

On pourrait aussi employer le cylindre construit sur un des parallèles intermédiaires, et qui serait en partie intérieur et en partie extérieur à la sphère : de cette manière, l'étendue en longitude ne serait exacte que vers le milieu; mais l'erreur se trouverait partagée entre les deux extrémités. Il se présente ici des questions pareilles à celles qu'Euler a résolues pour la projection conique. Il est évident, par exemple, qu'on peut placer le parallèle

qui sert de base au cylindre, de manière que l'aire du développement soit égale à celle de la zone sphérique.

Le tracé de ces cartes s'effectue sans peine, dès qu'on a la position du parallèle terrestre qu'on développe ; il n'est question que de donner aux degrés de longitude, sur ce parallèle, la grandeur qu'ils doivent avoir par rapport à celle qu'on assigne au degré de latitude.

Ces cartes ne pouvant convenir qu'à de très-petites parties du globe, sont presque abandonnées aujourd'hui ; et dans la plupart de celles qu'on rencontre encore, et qui sont hollandaises, on ne trouve point d'échelle des longitudes, mais seulement celle des latitudes et les rumbs de vent.

18. L'usage que les marins font des cartes, se réduit à tracer exactement, d'après sa longueur et sa direction, le chemin qu'ils ont fait, à déterminer la distance où ils sont des divers points des côtes, et la direction qu'ils doivent tenir pour y arriver ou pour les éviter. Il faut bien observer que, par la direction qu'il faut suivre pour aller d'un point à un autre sur la terre, les marins n'entendent point celle qui donne le plus court chemin, et qui, sur une sphère, est un cercle ; car l'instrument dont ils se servent pour connaître leur direction ou la boussole, ne peut leur indiquer

ce plus court chemin qui coupe les divers méridiens sous des angles inégaux.

Mercator et Edward Wright ont imaginé la projection des cartes réduites, qui satisfait parfaitement aux conditions ci-dessus. Les méridiens y sont des lignes droites parallèles, équidistantes et coupées à angles droits par les parallèles à l'équateur; mais les intervalles qui séparent ceux-ci, croissent, à mesure qu'on s'avance vers les pôles, dans un rapport précisément inverse de celui qui suit sur le globe la diminution des degrés de longitude. Il résulte de là que les distances en longitude, mesurées sur chaque parallèle, ont, avec les distances en latitude correspondantes, la même relation que sur le globe.

Le tracé de ces cartes n'a d'autre difficulté que la construction de l'échelle des latitudes, pour laquelle on a depuis long-temps des tables calculées avec beaucoup de soin, et même en ayant égard à l'aplatissement de la terre.

Il est évident qu'on ne doit point chercher sur les cartes réduites les rapports d'étendue des pays, ni l'exactitude de leur configuration; car cette projection augmente considérablement les régions qui sont placées vers les pôles, quoique d'ailleurs elle partage, avec la projection stéréographique, la propriété de conserver aux portions infiniment

petites du globe, leur similitude : mais ces défauts n'ont aucun inconvénient pour les cartes réduites, qu'on ne doit regarder que comme des instrumens destinés à résoudre graphiquement les principales questions du pilotage ; ce qu'elles font avec la plus grande exactitude et la plus grande facilité.

19. Je viens de parcourir les différentes espèces de cartes, d'en montrer les propriétés et les *défauts :* mais il faut bien prendre garde que le mot *défaut* n'est relatif qu'à la manière ordinaire d'envisager les cartes ; car en les considérant, avec Euler et la Grange (1), comme une transformation des coordonnées, il est toujours *mathématiquement* possible de déterminer sur une carte toutes les relations géographiques qu'on peut desirer de connaître ; seulement, comme nous l'avons déjà vu, certaines relations s'obtiennent plus facilement que les autres.

En effet, la position des différens points de la sphère étant déterminée par la latitude et la longitude, comme le sont par deux coordonnées les divers points d'un plan, si l'on prend, sur la carte, des lignes assujetties à une loi mathématique

(1) Mémoire d'Euler, tome I.er, 1.ere partie des *Acta Academiæ Petropolitanæ.*
Mémoire de la Grange, Académie de Berlin, *année 1779.*

pour représenter ces coordonnées, on établira entre les points de la carte et ceux de la sphère une relation telle, qu'on pourra assigner sur la carte l'équation des lignes qui correspondent aux cercles, ou même aux courbes quelconques tracées sur la sphère, et comparer les espaces relatifs aux unes et aux autres. Réciproquement, on peut demander quelle doit être la nature des coordonnées de la carte, c'est-à-dire, des lignes qui représentent les méridiens et les parallèles, pour que les parties de cette carte aient telle ou telle relation avec celles de la sphère. En appliquant à cette dernière question l'analyse la plus délicate, Euler et la Grange ont déterminé *à priori* la construction des diverses espèces de cartes d'après les propriétés dont elles jouissent.

Voilà tout ce qu'on peut dire ici de cette manière d'envisager les cartes. Dans cette circonstance, comme dans presque toutes les autres, le besoin a conduit, par des voies particulières et indirectes, aux résultats immédiatement utiles, long-temps avant la découverte de la théorie générale.

Après avoir esquissé les moyens généraux de représenter les régions du globe, il ne resterait plus, pour construire une carte, qu'à placer dans leurs situations respectives les divers points de ces régions;

régions ; ce qui n'aurait aucune difficulté, si on avait leurs longitudes et leurs latitudes : mais il n'en est pas ainsi; et, pour suppléer aux observations astronomiques qui manquent le plus souvent, les géographes ont cherché, dans les descriptions faites par les historiens et les voyageurs, des matériaux pour remplir leur canevas. La discussion et la combinaison de ces matériaux forment la géographie critique : c'est dans les Mémoires des de Lisle, des d'Anville et des Buache qu'elle doit s'étudier.

LACROIX, *membre de l'Institut.*

Digitized by Google

CHAPITRE II.

GÉODÉSIE.

Des Opérations géodésiques.

GÉODÉSIE signifie proprement *mesure des terrains :* c'est l'art de l'arpentage. On a étendu la signification de ce mot aux opérations qui ont pour but de faire connaître les positions et les distances respectives de différens points de la surface du globe. Ainsi les opérations qui servent à déterminer la longueur des degrés terrestres, et celles par lesquelles on établit le canevas des cartes géographiques, sont des opérations géodésiques.

On va exposer les procédés de ces opérations, la description et l'usage des instrumens qu'on y emploie, et les formules de calculs. On accompagnera chacune d'elles d'un exemple numérique, et on joindra, à la fin, les tables nécessaires pour simplifier les différentes réductions.

La plupart des formules dont on a fait usage, sont tirées de l'ouvrage du C.en Delambre, *De la détermination d'un arc du méridien.* On peut encore consulter sur ce sujet, les Mémoires de l'Académie des sciences, années 1778 et 1787;

Digitized by Google

la Mesure des degrés au Pérou, par Bouguer et la Condamine; le Voyage astronomique du P. Boscovich; Opérations faites en France pour la jonction des observatoires de Greenwich et de Paris, par Cassini; la Connaissance des temps de l'an 6 (ces deux derniers ouvrages contiennent une description du cercle); l'Astronomie de la Lande; la Trigonométrie de Cagnoli; Description et usage du cercle de réflexion, par Borda.

Canevas général.

Exposition sommaire des opérations qui servent à établir le canevas des grandes cartes.

Le canevas général se compose des triangles du premier ordre, formés par les côtés les plus longs que les localités puissent offrir, les lunettes toutefois grossissant assez pour pouvoir pointer avec précision sur les objets. Tous ces triangles doivent être enchaînés les uns aux autres, et former, autant qu'il est possible, un réseau continu dans tous les sens. Le choix des triangles n'est pas indifférent. On sait que les triangles équilatéraux sont ceux sur lesquels les petites erreurs commises sur les angles influent le moins sur la longueur des côtés : mais il serait bien difficile de composer un réseau de triangles en n'admettant que des triangles à-peu-près équilatéraux ; et l'invention du cercle répétiteur, avec lequel on soumet les angles à l'exactitude d'une seconde,

permet plus de latitude dans le choix. En général, on doit éviter les angles au-dessous de 30° et au-dessus de 120°.

Le cercle répétiteur de Borda est le seul instrument qu'on puisse employer à présent pour la mesure des angles des triangles du premier ordre : s'il a trente-cinq centimètres de diamètre, il suffira pour les opérations géodésiques ; plus grand, il serait incommode dans le transport, et ne pourrait pas être placé dans tous les lieux où l'on aurait besoin d'observer ; plus petit, il ne donnerait pas une exactitude suffisante, et les lunettes, d'ailleurs, deviendraient trop faibles.

Cet instrument, qu'on établit avec une grande facilité dans le plan des objets, sert aussi pour prendre les distances apparentes au zénith, c'est-à-dire, pour déterminer les élémens de la réduction de l'angle à l'horizon, et pour trouver les différences de niveau de chacune des stations.

Si la conformation du pays sur lequel on opère, n'offre pas des objets convenablement placés pour former une chaîne de triangles bien conditionnée, on supplée à cet inconvénient par des signaux qu'on fait construire sur des endroits élevés. Ces signaux sont ordinairement préférables aux clochers ou tours sur lesquels on pointe ordinairement, parce qu'on leur donne la forme la plus

convenable pour que le point de mire ne laisse aucune incertitude. L'expérience apprend que les pointes des pyramides quadrangulaires, et les boules d'environ cinq décimètres de diamètre, sont les objets qui laissent le moins d'incertitude pour le pointé.

Il est rare qu'on puisse s'y placer exactement au point mathématique choisi pour sommet de l'angle : alors l'angle observé a besoin d'une correction connue sous le nom de *réduction au centre.* Les élémens doivent en être déterminés avec beaucoup de précision ; car il peut arriver qu'on commette une erreur d'une ou deux secondes dans cette réduction.

Le lieu où l'on peut se placer pour observer, n'est pas ordinairement le point de mire de la station ; il faut mesurer la distance du lieu d'observation à ce point, pour réduire les distances au zénith observées au sommet de l'objet.

Le plus souvent, lorsque l'objet sur lequel on pointe est éclairé par le soleil, on n'en voit qu'une *phase;* et le milieu apparent, celui de la partie éclairée, ne répond pas à l'axe de l'objet : alors l'angle observé a encore besoin d'une correction qui dépend de la forme de l'objet, et de la position du soleil.

En récapitulant, voici, dans leur ordre naturel,

les corrections dont est susceptible un angle observé avec le cercle de Borda :

Correction pour l'excentricité de la lunette inférieure ;

Correction pour la phase du signal, lorsque cela est nécessaire ;

Réduction au centre ;

Réduction à l'horizon, par la connaissance des distances apparentes au zénith, des deux objets sur lesquels on a pointé : ces distances ayant été préalablement réduites au sommet de la station, il ne reste plus qu'à corriger ces angles, de l'excès sphérique dépendant de la surface des triangles auxquels ils appartiennent.

La mesure des angles ne donne que le rapport de grandeur, ou la grandeur *relative* des côtés des triangles. Pour avoir leur grandeur *absolue*, ou exprimée en mesures connues, il faut mesurer immédiatement l'un d'eux ; et c'est ce qu'on nomme *mesure d'une base.* Cette opération demande les attentions les plus minutieuses ; car son exactitude doit maintenant égaler celle de l'instrument employé pour la mesure des angles.

On connaît donc actuellement les distances de tous les points choisis pour sommets des triangles ; mais les seules opérations terrestres ne peuvent pas donner davantage. Il faut avoir recours

aux observations astronomiques pour avoir les latitudes des sommets des triangles et l'orientation de leurs côtés.

On observera donc la latitude d'une des stations placées à-peu-près au centre de la région ; on y observera aussi un azimut, ou l'inclinaison d'un des côtés du réseau sur le méridien du lieu. Avec ces données, on pourra calculer les azimuts de tous les côtés des triangles, la latitude de tous les sommets, et leur différence de longitude.

On peut encore, avec la latitude et l'azimut, calculer les distances des sommets des triangles à la méridienne et à une ligne qui lui serait perpendiculaire au point du départ.

De ces distances, on peut passer aux longitudes et latitudes, ou de celles-ci conclure les premières; mais il est au moins aussi simple de conclure les longitudes et latitudes sans l'intermédiaire des distances à la méridienne et à la perpendiculaire.

Comme il est possible qu'il se glisse des erreurs, soit dans la mesure des angles, soit dans les calculs successifs des azimuts, des latitudes, des longitudes, on prend en d'autres endroits, et principalement aux extrémités de la chaîne, des azimuts et des latitudes de vérification, qui doivent s'accorder, ou à fort peu près, avec les azimuts et

les latitudes conclus. Ils devraient s'accorder exactement, si la figure de la terre et les inégalités de cette figure étaient bien connues. C'est aussi dans le même esprit qu'on mesure plusieurs bases de vérification, qu'on lie aux côtés des triangles. Si toutes ces mesures sont d'accord entre elles, on est assuré de leur exactitude.

Ces mêmes opérations peuvent servir à déterminer des longueurs d'arcs du méridien, et fournir conséquemment des données précieuses sur la figure et les dimensions de la terre.

Les côtés des triangles du premier ordre serviront de bases aux triangles du second ordre, pour lesquels on ne peut employer de meilleur instrument que le cercle répétiteur : mais il n'est pas nécessaire qu'il soit d'un aussi grand diamètre que ceux destinés à servir à la mesure des angles des triangles principaux ; un diamètre de vingt à vingt-cinq centimètres sera suffisant ; et l'instrument sera très-portatif.

Il ne sera pas nécessaire, pour les triangles du second ordre, de soumettre les angles à une ou deux secondes, comme pour les triangles principaux ; une exactitude de cinq ou six secondes est bien suffisante, les objets étant beaucoup moins éloignés. Les corrections à appliquer à ces angles seront aussi moins nombreuses : on se contentera

de déterminer la correction pour l'excentricité de la lunette inférieure, et on réduira au centre. La plupart du temps on pourra se dispenser de réduire à l'horizon, à moins que les distances au zénith ne soient assez considérables; car ces réductions tombent assez ordinairement dans les fractions de seconde.

Avec les angles ainsi réduits, on procédera au calcul des côtés, après avoir réparti l'erreur par tiers sur les trois angles de chaque triangle, de façon que la somme soit égale à 180°. On pourra alors, s'il est nécessaire, déterminer les distances des sommets des triangles secondaires à la méridienne et à sa perpendiculaire, ou calculer immédiatement leurs longitudes et latitudes; ensuite, au moyen des longitudes et latitudes, ou des distances à la méridienne et à la perpendiculaire, on peut placer sur le papier tous les sommets des triangles, et y rapporter les minutes du figuré du terrain levé à la planchette. Si l'on veut se servir des longitudes et latitudes pour cet objet, il faut, avant tout, tracer sur la carte les méridiens et les parallèles. Si l'on se sert des distances à la méridienne et à la perpendiculaire, il faut y tracer la méridienne et la perpendiculaire avec leurs parallèles. (*Voyez* l'Instruction sur les projections.)

Description et usage du Cercle répétiteur.

Avant l'invention du cercle répétiteur, les angles se mesuraient, dans les opérations géodésiques importantes, avec des quarts de cercle de deux à trois pieds de rayon. Les observations de latitudes se faisaient avec de grands secteurs de six à huit pieds de rayon. Avec le quart de cercle, on ne pouvait fermer les triangles qu'à vingt ou trente secondes, et les secteurs ne pouvaient pas donner la latitude à la seconde. On n'avait d'autre moyen d'atténuer les erreurs provenant de la division, de la dilatation et du défaut d'équilibre entre toutes les parties d'un grand instrument, que de répéter les observations un grand nombre de fois.

L'idée heureuse de mesurer l'angle compris entre deux objets, en répétant successivement les observations sur plusieurs points de la circonférence d'un cercle, est due au célèbre Tobie Mayer. Mais il restait à composer, d'après cette idée, un instrument qui fût propre aux opérations géodésiques, et qui, s'il était possible, servît également aux observations astronomiques C'est ce qu'a fait, vers 1789, le C.en Borda, qui a produit une heureuse révolution dans l'astronomie par la perfection qu'il a donnée à l'instrument qui porte son nom.

Le cercle de Borda a la propriété de se placer facilement dans tous les plans : on peut le faire passer, en un instant, du plan horizontal au plan vertical ; le limbe peut tourner autour du centre sans faire varier le plan quand il est fixé. Dans toutes les situations il est en équilibre, au moyen d'un contre-poids qui se meut avec l'instrument.

Il porte deux lunettes, l'une supérieure, l'autre inférieure, qui peuvent se mouvoir indépendamment l'une de l'autre et du limbe, ou bien l'une ou l'autre avec le limbe, et même toutes les deux avec le limbe. Tous ces mouvemens sont rapides ou lents à volonté. Tout l'instrument a encore un mouvement azimutal, au moyen d'un axe vertical qu'enveloppe la colonne creuse qui porte l'instrument. Cet axe vertical est élevé sur un trépied qui porte trois vis à ses extrémités, avec lesquelles on peut faire varier le plan de l'instrument par de petits mouvemens. La colonne dont on vient de parler, porte une fourche pour recevoir un axe horizontal sur lequel l'instrument peut se mouvoir, et prendre par conséquent toutes les inclinaisons possibles, depuis l'horizontale jusqu'à la verticale. Ce mouvement se fixe par une vis de pression, qui agit sur un petit quart de cercle qui se meut avec le limbe.

La lunette supérieure entraîne avec elle quatre verniers disposés à angles droits, afin de pouvoir lire le même angle sur quatre points différens de la circonférence.

La lunette inférieure porte un niveau utile pour mesurer les distances au zénith.

Les réticules des lunettes peuvent s'incliner de 45° pour placer les objets terrestres dans l'angle des fils; ce qui est plus exact et plus commode, quand l'objet est éloigné et d'un petit diamètre que le fil vertical couvrirait. Enfin, l'instrument s'établit sur un pied solide, qui élève les lunettes à une hauteur commode. Il est très-avantageux d'être deux observateurs pour mesurer les angles: l'observation est plus exacte et plus rapide, surtout si l'instrument porte sur un plancher; pour les observations astronomiques, cela est même indispensable.

Voici le procédé pour mesurer les angles entre les objets terrestres. Il faut d'abord s'assurer si l'intersection des fils est parallèle au plan de l'instrument; on se sert, pour cet objet, d'une lunette d'épreuve, parce que les lunettes du cercle ne peuvent pas se retourner : cette lunette d'épreuve, qui est ordinairement jointe à l'instrument, traverse deux carrés, dont les côtés opposés sont bien parallèles; elle a un seul fil

qui passe bien par l'axe optique; on s'en assure par le retournement sur le limbe de l'instrument. Quand elle est ainsi placée sur le cercle, on la dirige sur un objet distinct, le plus éloigné possible; on y dirige aussi les lunettes de l'instrument, et leurs fils doivent répondre au même point que celui de la lunette d'épreuve; s'ils n'y étaient pas, on les y ramenerait par le rappel du réticule. Cette attention est nécessaire; sans cela, on n'observerait pas dans le plan sur lequel on compte les degrés. Quand l'instrument est établi sur son pied au lieu de la station, on amène le limbe dans le plan des deux objets : pour cet effet, on peut employer la méthode suivante. On rend libre le mouvement azimutal, et l'on desserre la vis du quart de cercle et désengrène celle du mouvement dans le plan de l'instrument appelé *vis du tambour.* Après que la lunette a été fixée sur le zéro de la division, l'un des observateurs amène tout le limbe avec la lunette supérieure sur l'un des objets; le second, après avoir dirigé la lunette inférieure à-peu-près dans le vertical de l'autre objet, prend la colonne et lui donne un mouvement horizontal, en cherchant par ce moyen à incliner le plan de l'instrument de manière à apercevoir son objet dans la lunette inférieure. Le premier observateur, pendant cette

opération, maintient le premier objet dans sa lunette, en combinant le mouvement sur le quart de cercle, et celui dans le plan du limbe. Quand, par ce moyen, les deux objets se trouvent dans le champ des lunettes, on les amène exactement aux fils par les vis du trépied : chaque observateur doit avoir la sienne, qu'il fait mouvoir pour ramener les objets à l'intersection des fils, si le plan de l'instrument déviait un peu pendant le cours de l'observation ; ce qui arrive ordinairement.

Si l'on est seul pour mettre l'instrument dans le plan des objets, on amenera l'un des rayons du trépied dans la direction d'un des objets, et l'on tournera l'ouverture des supports vers l'autre en faisant mouvoir le limbe sur le quart de cercle et sur son plan; on amenera l'une des deux lunettes sur l'un des objets; on amenera l'autre lunette sur l'autre objet, en faisant incliner vers lui le limbe par le moyen de la vis du trépied qu'on y a dirigée. Par ce mouvement, la première aura quitté l'objet sur lequel elle était fixée : on l'y ramenera de nouveau, par le mouvement du limbe sur le quart de cercle et dans son plan. Après avoir répété ainsi quelques épreuves, on parviendra à avoir les deux objets dans les lunettes.

Nous supposerons, dans ce qui va suivre, que

les divisions sur le limbe sont comptées de gauche à droite.

1.° La lunette supérieure étant toujours sur zéro, on l'amenera sur l'objet à droite, en la faisant tourner avec le limbe.

2.° On amenera la lunette inférieure sur l'objet à gauche : si, dans ce mouvement, la lunette supérieure ne répondait plus exactement sur l'objet à droite, on l'y ramenerait par le mouvement lent dans le plan de l'instrument. Enfin, quand les deux lunettes seront bien fixées sur les deux objets, ce sera là première partie de l'observation.

3.° Sans toucher aux lunettes, on fera tourner le limbe sur son plan de droite à gauche, en amenant la lunette inférieure, qui était sur l'objet à gauche, sur l'objet à droite : par ce mouvement, la lunette supérieure a été repoussée à droite d'une quantité égale à l'angle mesuré.

4.° On ramenera enfin la lunette supérieure sur l'objet à gauche : par ce mouvement, elle aura décrit sur le limbe un arc égal ou double de l'angle. On lira cet angle, dont la moitié sera l'angle entre les deux objets. Voilà la première mesure de l'angle.

Sans toucher aux lunettes, on ramenera ensuite, en faisant tourner tout le limbe, la lunette

supérieure sur l'objet à droite, et on recommencera l'opération précédente, en partant du point où se trouve la lunette supérieure, comme on l'a fait quand elle marquait *zéro*. On aura ainsi l'angle quadruple, ensuite l'angle sextuple, l'angle octuple, &c. Il est inutile de prévenir qu'il faut tenir compte des circonférences entières parcourues.

Supposons que l'erreur de la division puisse aller à 20″; si l'on prend vingt fois un angle, l'erreur divisée par *vingt* sera réduite à une seconde : mais si l'on considère qu'on peut lire les angles sur quatre points différens de la division, sur lesquels l'erreur ne passe pas 20″, c'est comme si l'on avait quatre-vingts fois le même angle; et ce n'est sans doute pas trop avancer, quand on assure que le cercle répétiteur donne les angles à la seconde. Cette exactitude suppose cependant que le pointé est bien exact; et ordinairement il y a une petite incertitude : cela suppose encore qu'aucune cause physique n'a altéré l'ouverture de l'angle pendant l'observation, comme pourrait le faire une réfraction dans le sens latéral, ainsi qu'on le soupçonne.

Il n'est pas absolument nécessaire de lire tous les angles observés ; on peut se contenter du dernier : cependant, si l'on a du temps, on fera bien

bien de les lire; on connaîtra la marche de la série, et l'on pourrait reprendre si l'on venait à se tromper.

En plaçant l'un des verniers à zéro, on lit les autres, et on écrit ce qu'ils donnent: cette attention est nécessaire, parce que quelquefois, suivant l'intention de l'artiste, ils ne sont pas exactement disposés à angles droits, et que d'ailleurs les alidades par le transport de l'instrument, peuvent contracter une excentricité.

Exemple:

Nous appellerons première alidade celle qui se trouve à droite de l'oculaire, et qui porte ordinairement la vis de rappel. La seconde sera, en suivant l'ordre des divisions de l'instrument, celle qui est vers l'objectif de la lunette supérieure. La troisième est opposée à la première, et la quatrième à la seconde.

Supposons que la première alidade étant fixée *à zéro*, les trois autres marquent les nombres suivans, l'instrument étant divisé en 400 degrés,

1.re	2.e	3.e	4.e
0°,000,	100°,046,	199°,988,	299°,969,

dont la somme, en ne tenant pas compte des unités, = 0,003, et qu'on ait observé:

Angles multiples.		*A ou Angles simples.*
2 *A*	90°842	45°421.
4 *A*	181,684	45,421.
6 *A*	272,527	45,421166.
8 *A*	363,379	45,422375.
10 *A*	454,225	45,4225.
12 *A*	545,073	45,42275.
14 *A*	635,921	45,42293.
16 *A*	726,772	45,42325.
18 *A*	817,618	45,42322.
20 *A*	908,47	45,4235.
22 *A*	999,32	45,423636.
24 *A*	1090,164.	
	,212.	$\frac{,666 - 003}{4}$
	,154.	
	,136.	
24 *A*	1090,16575	45°423579.

Après avoir fait la somme des nombres marqués par les quatre alidades (1), en rejetant les unités, on écrira, dans une colonne, les angles

(1) Il est toujours nécessaire de lire les quatre alidades, quand on commence la mesure d'un angle; car elles peuvent marquer en différens temps des nombres différens; et cela peut venir d'une légère excentricité contractée par les alidades dans le transport de l'instrument, ou même par les différentes dilatations des règles de cuivre qui les lient entre elles.

donnés par les observations successives, en se contentant de lire à chacun une seule alidade : de ces angles multiples on conclura l'angle simple ; ce qui servira à voir la marche de la série et à reconnaître si l'on ne commet point d'erreur grave dans le pointé. Quand on a pris dix à douze angles doubles, l'erreur de la division est suffisamment atténuée, et on lit alors les quatre alidades ; on écrit l'un sous l'autre les nombres qu'elles donnent, en omettant les unités; on fait la somme des quatre qui donnent 0,666, dont on retranche 0,003, somme des quatre alidades quand la première était sur zéro. On prend le quart de la différence, et c'est la partie décimale du nombre de degrés donné par la dernière observation. Ainsi, dans notre exemple, 0,666 — 0,003 = 0,663, dont le quart = 0,16575 : donc douze fois l'angle double = 1090°,16575 ; divisant par 24, on a l'angle simple = 45°,423579.

Dans les cercles usités pour les opérations géodésiques, le diamètre ne permet pas de diviser le degré décimal en plus de dix parties, et le nonius donne des centièmes de degré. Il est souvent difficile d'estimer exactement les millièmes, et il faut avouer que cela est assez inutile ; car l'erreur de la division est toujours plus grande que celle de l'estime. Si l'on a, par exemple, estimé $\frac{1}{3}$

pour $\frac{1}{4}$, l'erreur sur l'angle ne sera que d'environ 8" de la nouvelle division, lesquelles, divisées par le nombre d'angles pris, ne feront pas $\frac{1}{6}$ de seconde de l'ancienne division.

Tel est l'usage du cercle répétiteur pour la mesure des angles entre les objets terrestres. Passons à son application pour les angles verticaux.

Il faut d'abord commencer par mettre la colonne dans une situation verticale : on peut, pour cela, se servir du niveau porté par la lunette inférieure. Voici la méthode pour y parvenir sûrement et promptement.

Soit *DEFP* (*fig.* 1.re) le cercle azimutal; *A*, *B*, *C*, les trois vis du trépied. On remarquera à quelle division du cercle azimutal répond le milieu de la branche *AE* du trépied; supposons que ce soit au 95.e degré. On placera sur ce point l'*index* du cercle azimutal qui tourne avec la colonne de l'instrument, et qui doit faire un angle droit avec le plan du limbe, quand celui-ci est dans une position verticale. On y amenera donc à-peu-près ce dernier, en le faisant mouvoir sur le quart de cercle; alors son plan sera suivant une ligne *MN* perpendiculaire à la direction *LA*. En donnant au limbe un mouvement sur son plan, on amenera le niveau de la lunette de manière que la bulle occupe le

milieu du tube ; on l'y mettra exactement par le moyen de la vis de rappel de la lunette, la vis de pression serrant sur le limbe.

Cette première opération faite, on fera parcourir à l'index du cercle azimutal une demi-circonférence, en le plaçant sur le 295.e degré. Dans cet état, le plan du cercle aura été retourné, et la bulle du niveau n'occupera plus le milieu du tube : pour l'y ramener, on fera la moitié de la correction avec l'une des vis *B* ou *C*, et l'autre moitié avec la vis de rappel de la lunette ; on retournera de nouveau le cercle en mettant l'index au 95.e degré ; et si la bulle n'occupe pas exactement le milieu du tube, on fera encore la moitié de la correction par l'une des vis *B* ou *C*, et l'autre par la vis de rappel de la lunette. Après trois ou quatre retournemens du cercle, la bulle restera au milieu du tube, soit que l'index soit au 95.e ou au 295.e degré.

Alors on sera certain que l'axe d'acier sur lequel tourne la colonne est dans un plan vertical élevé sur *A E.*

Pour achever l'opération, on amenera l'index du cercle azimutal sur le 195.e ou sur le 395.e degré ; par ce moyen, le plan du limbe sera suivant la ligne *A E*, et la bulle n'occupera plus le milieu du tube ; on l'y amenera par la

vis *A* : alors l'axe sera dans le plan vertical qui passe par *MN*; il se confondra donc avec l'intersection de deux plans verticaux ; il sera par conséquent vertical, et la bulle restera au milieu du tube, en faisant faire un tour entier à l'instrument sur sa colonne.

On peut à présent vérifier le petit niveau qui est appliqué le long de l'axe du limbe. Pour cela on mettra l'index du cercle azimutal sur zéro, par exemple ; et en donnant au limbe un mouvement sur le quart de cercle, on amenera la bulle au milieu du tube. On fera tourner tout l'instrument sur sa colonne, et on placera l'index sur le 200.e degré. Si, dans cette position, la bulle n'est pas au milieu du tube, on l'y ramenera en faisant la moitié de la correction par le rappel du niveau, et par le mouvement sur le quart de cercle ; on replacera l'index à zéro ; et s'il y avait encore une petite correction à faire, on l'effectuerait, moitié par le quart de cercle, et moitié par le rappel du niveau : enfin on répétera l'épreuve autant de fois qu'il faudra pour que la bulle reste au milieu du tube dans les deux situations.

Dans cet état la colonne est verticale, et l'axe du cercle horizontal ; et si l'on fait faire un tour d'horizon à l'index du cercle azimutal, les bulles

des deux niveaux garderont le milieu de leurs tubes.

Si le limbe a été tourné sur son axe comme cela doit être, le plan du cercle sera vertical, et il sera parfaitement disposé pour prendre des distances au zénith; mais si le plan de l'instrument n'est pas exactement perpendiculaire sur son axe, on s'en apercevra au moyen d'un fil à plomb.

Pour cela, on a deux pinces qui s'accrochent et se fixent à la circonférence du limbe; on met en haut celle qui porte le fil à plomb; on met au-dessous la seconde sur laquelle est tracé un trait que le fil doit venir couvrir, si le limbe est vertical. Si le fil s'en éloignait, il faudrait, pour les distances au zénith, l'y ramener, en donnant un petit mouvement sur le quart de cercle : mais ce serait un vice dans l'instrument, et le petit niveau ne pourrait pas servir à disposer le limbe verticalement; il faudrait continuellement employer le fil à plomb.

On peut aussi se servir du petit niveau pour amener la colonne dans une situation verticale; mais il est préférable de se servir du niveau de la lunette, qui est plus long.

Lorsque le petit niveau est réglé ainsi qu'on vient de le prescrire, on l'emploie pour amener

le limbe dans un plan vertical. Il est essentiel de le vérifier pour chaque observation importante.

Quand l'instrument est ainsi disposé, on procède à la mesure de la distance au zénith. Il faut avoir eu l'attention, avant de rendre la colonne verticale, de diriger l'une des branches du trépied vers l'objet dont on veut prendre la distance au zénith. On place sous la vis qui termine cette branche, un étrier qui sert à lui imprimer un mouvement vertical plus lent que celui de la vis qu'il porte, à amener alternativement l'objet à l'intersection des fils, et à corriger le niveau de la lunette inférieure.

L'un des deux observateurs fixe sur zéro la première alidade, amène le plan du limbe à sa droite (1), et dirige la lunette supérieure sur l'objet, en faisant mouvoir le limbe sur son plan, et en se servant, pour les petits mouvemens, de l'étrier dont on vient de parler : si dans ces mouvemens la bulle du niveau de la lunette s'est écartée du milieu du tube, le second observateur la ramenera par la vis de rappel de la lunette ; il corrigera également le petit niveau par le mouvement

(1) Ce serait le contraire si les divisions étaient comptées de droite à gauche.

lent (1) sur le quart de cercle, afin de conserver la verticalité du limbe. Quand le premier observateur a exactement l'objet à l'intersection des fils, et que les niveaux que gouverne le second sont bien placés, la première partie de l'observation est terminée.

Le premier observateur fait mouvoir tout l'instrument sur sa colonne, et place le limbe à sa gauche ; il desserre la vis de pression de la lunette supérieure, pour faire mouvoir celle-ci sans le limbe ; il amène l'oculaire vers lui, et dirige de nouveau la lunette sur l'objet. Le second observateur corrige le niveau de la lunette inférieure, non plus par la vis de rappel, mais par la vis du tambour qui fait mouvoir le limbe sur son plan, et par l'étrier, pour les plus petits mouvemens. Il corrige aussi le petit niveau par le mouvement lent sur le quart de cercle. Enfin, quand les niveaux sont bien placés, et que le premier observateur amène l'objet à l'intersection des fils par la vis de rappel de la lunette supérieure, l'observation est terminée, et l'index du vernier indique le double de la distance au zénith.

Le premier observateur retourne l'instrument,

---

(1) Si le quart de cercle n'a pas de mouvement lent, il faut corriger le petit niveau par l'une des deux vis du pied qui ne portent pas l'étrier.

Google

ramène le limbe à sa droite, et l'observation se recommence de la même manière, en partant du point que marque le nonius, comme on est parti de *zéro* en commençant. On obtient ainsi les distances au zénith doubles, quadruples, sextuples, &c.

Ces angles s'écrivent comme les angles horizontaux entre les objets terrestres; il est en conséquence inutile d'en donner un exemple.

Les distances des astres au zénith se prennent de la même manière, en tenant compte des instans où l'astre est sur le fil. (*Voyez* l'article *Observations de latitude.*)

Nous avons recommandé plus haut de rendre la colonne verticale pour prendre les distances au zénith. On peut cependant s'en dispenser: mais on a alors de grandes corrections à faire aux niveaux pour chaque observation; on perd beaucoup de temps, lorsque, pour les astres, il faut observer leurs distances au zénith dans le moins de temps possible. Quand on a eu la précaution de mettre la colonne dans une position verticale, il n'y a que de très-légères corrections à faire aux niveaux, sur-tout si l'on a l'attention de ne donner aucune secousse à l'instrument dans les différens mouvemens qu'on lui fait faire; et c'est là un grand avantage.

On a dû remarquer dans les usages du cercle répétiteur, dont on vient de parler, que l'on ne pointe jamais avec la lunette inférieure quand on emploie son niveau. Il n'est donc pas nécessaire qu'ils soient d'accord entre eux, c'est-à-dire que lorsque la bulle est au milieu du tube, l'axe optique de la lunette soit une ligne horizontale. En effet, cela n'est pas nécessaire, puisque la lunette inférieure ne fait, dans les observations des angles verticaux, que fonction de rapport de niveau. Si l'on voulait cependant accorder le niveau avec la lunette, car il ne faut pas toucher au réticule de cette dernière, qui est d'accord avec celui de la lunette supérieure, on mettrait d'abord le limbe dans une situation verticale, et on l'amenerait à sa droite, en le dirigeant vers quelque objet remarquable et éloigné de 1000 à 1200 mètres. On ferait mouvoir la bulle du niveau jusqu'à ce qu'elle soit exactement au milieu de son tube; alors on verrait, dans la lunette, à quel point de l'objet répond l'intersection des fils : on amenerait sur ce point la lunette supérieure, et l'on remarquerait le degré marqué sur le limbe. Cette opération faite exactement, on ajouterait 200 degrés à ce nombre, et on y fixerait la lunette supérieure; c'est-à-dire qu'on lui ferait parcourir une demi-circonférence;

on ferait tourner tout l'instrument sur sa colonne pour amener le limbe à sa gauche, qu'on dirigerait de nouveau sur l'objet ; on amenerait la bulle au milieu de son tube, et on regarderait par la lunette supérieure à quel point répond l'intersection des fils ; si elle marquait le même point que la lunette inférieure, c'est que le niveau serait d'accord avec celle-ci. Dans le cas contraire, on amenerait la lunette supérieure sur le premier point, et l'on remarquerait l'angle qu'elle aurait parcouru : on le partagerait en deux ; on fixerait la lunette supérieure sur la moitié ; alors on retournerait tout l'instrument, comme dans la première position ; on placerait le niveau, puis on remarquerait le point marqué par la lunette supérieure ; on amenerait sur ce point, par la vis de rappel, la lunette inférieure, qui indiquerait, dans cette situation, une ligne horizontale ; on terminerait par amener la bulle au milieu du tube par le rappel du niveau, et il serait d'accord avec l'axe optique de la lunette.

EXEMPLE.

Supposons qu'après avoir fixé le niveau porté par la lunette inférieure, et avoir dirigé la lunette supérieure sur le point indiqué par l'inférieure, l'index de la première alidade marque 112°,4478 ;

on ramenera cette alidade sur 312°,478 : supposons encore qu'après avoir retourné le cercle à gauche et fixé le niveau, le point indiqué se trouve, en apparence, dans la lunette supérieure au-dessus du fil horizontal ; on dirigera l'intersection des fils sur le premier point, et dans le cas où l'index de l'alidade marquerait 310°,216, on aurait $\frac{312°,478 + 310°,216}{2} = 311°,347$: alors on fixera l'index à 311°,347, et on retournera l'instrument comme dans la première position. Le reste de l'opération comme il est indiqué ci-dessus.

Cet essai pourrait se répéter plusieurs fois sur différens points du limbe ; et l'on aurait alors le moyen de déterminer une ligne horizontale avec la lunette inférieure : malheureusement, dans les cercles, le grand niveau n'a ordinairement point de rappel ; et il est impossible alors de l'accorder avec la lunette, si l'ouvrier a négligé de le faire.

Le cercle répétiteur, dont on vient d'indiquer l'usage, a l'avantage inappréciable de pouvoir atténuer, autant qu'on le veut, l'erreur de la division ; mais cette propriété est balancée par un grave inconvénient, la longueur des observations.

Il y aurait cependant un moyen d'éviter cette grande perte de temps ; et ce moyen serait d'évaluer les erreurs de la division sur chacun de ses

points. Pour cela, on pourrait observer trois ou quatre cents fois un même angle entre deux objets bien terminés; on aurait alors très-exactement la valeur de l'angle, dont la comparaison avec les mesures successives prises sur les différens points de la division, ferait connaître son erreur sur ces points.

On dresserait une table de ces erreurs, qui servirait à corriger les angles qu'on prendrait avec le cercle, et l'on pourrait alors se contenter de deux à trois angles doubles.

Réduction au centre de la station.

On doit, autant qu'il est possible, placer le centre de l'instrument au centre de la station : par ce moyen, on évite le calcul de la réduction, sur laquelle on peut errer quelquefois d'une ou deux secondes, si l'on n'en détermine pas les élémens avec une certaine précision.

Il arrive assez rarement que l'on puisse se placer au centre de la station; et cela a lieu ordinairement dans les tours et les clochers, pour la plupart embarrassés de charpente, ou dont le centre est occupé par une poutre verticale, ou parce que les ouvertures n'en sont pas disposées convenablement pour pouvoir pointer, en se plaçant au centre, sur les objets choisis pour sommets de

triangle. L'angle, dans ce cas, a besoin d'une correction ; et voici en quoi elle consiste.

L'observateur aurait dû se placer au point C, centre de la station *(fig. 2)* ; mais il a été obligé de se placer en O, d'où il a observé l'angle AOB : il s'agit d'appliquer à cet angle la correction nécessaire pour avoir l'angle ACB, qu'on aurait dû observer.

Soit, pour abréger, $ACB = C, AOB = O$, $OC = r$, $AC = D$, $BC = G$, $BOC = y$, et par conséquent $AOC = (O + y)$.

$$C = AIB - CBO = O + OAC - CBO$$

$= O + \frac{r \sin. (O + y)}{D} - \frac{r \sin. y}{G}$. Pour que cette expression donne des secondes, il faut la multiplier par l'arc égal au rayon, c'est-à-dire, par 57° 17′ 44″ 8 (1), ou, ce qui revient au même, la diviser par le sinus d'une seconde : ainsi la correction à appliquer à l'angle O est $\frac{r \sin. (O + y,)}{D \sin. 1''} - \frac{r \sin. y}{G \sin. 1''}$.

D est la distance de l'objet à droite, et G la distance de l'objet à gauche ; il suffit de les connaître

---

(1) 57° 17′ 44″ 8 = 206264″,8 ; log. = 5,3144251. Le rayon dans la division centésimale = 63°,66197 = 636619″,7 ; log. = 5,8038801.

à $\frac{1}{100}$ près. $OC = r$ s'obtient par la mesure exacte du centre de l'instrument au centre de la station. On marque, pour cet effet, un point sur le haut du tube de la lunette supérieure, lequel doit être dans une perpendiculaire qu'on imaginerait élevée par le centre du cercle sur le plan du limbe. Ce point tient lieu du centre de l'instrument que la lunette couvre.

L'angle $BOC = y$ se mesure avec le cercle. Quand on a mesuré l'angle AOB, la lunette supérieure est dirigée sur l'objet à gauche B (1), et l'inférieure sur l'objet à droite A ; on fait mouvoir la lunette supérieure suivant l'ordre des divisions de l'instrument, jusqu'à ce qu'elle soit

---

(1) Cela suppose cependant que les divisions sur le limbe marchent de gauche à droite. Si elles marchaient de droite à gauche, on mesurerait alors l'angle AOC plus grand que 180°. Si l'on appelle y' cet angle, on aura $y = 360° - O - y'$; et la formule deviendra $\frac{r \sin. (O + 360° - O - y')}{D} - \frac{r \sin. (360° - O - y')}{G}$, ou $\frac{r \sin. (360° - y')}{D} - \frac{r \sin. (360°) - (O + y')}{G}$; mais $\sin. (360° - y') = - \sin. y'$, et $\sin. (360°) - (O + y') = - \sin. (O + y')$: ainsi la formule devient $\frac{r \sin. (O + y)}{D} - \frac{r \sin. y}{G}$.

pointée

pointée sur C; le chemin qu'elle aura parcouru sur le limbe, sera la mesure de l'angle BOC. Pendant cette opération, la lunette inférieure a toujours dû rester fixée sur l'objet à droite; si elle n'y était plus, on l'y ramenerait par la vis du tambour, et on dirigerait de nouveau la supérieure sur le centre. Il est bon de répéter deux où trois fois cet essai, et de prendre un milieu entre les résultats.

La distance OC est toujours trop petite pour qu'on puisse apercevoir dans la lunette le fil à plomb qu'on suspend dans l'axe de la station: il faut alors avoir, sur la lunette supérieure, deux points remarquables, l'un vers l'oculaire, et l'autre vers l'objectif, qui puissent servir de mire pour l'amener sur le fil à plomb. Ces deux points doivent avoir la même direction que l'axe optique de la lunette supérieure: cette dernière pourrait porter, pour cet objet, deux petites pinnules.

La formule ci-dessus est générale, et dispense de toute construction de figure; il suffit de faire attention aux signes des sinus de $(O+y)$ et y.

Ainsi le premier terme de la réduction sera positif, tant que l'angle $(O+y)$ sera plus petit que 180°; il deviendra négatif, si $(O+y)$ surpasse 180°.

Le second terme sera négatif, si l'angle y est

plus petit que 180°; et il sera au contraire positif, si l'angle y surpasse 180°.

Application de la formule à un exemple.

Soit $D = 4510^m$, $G = 4730^m$, $r = 3^m,96$; $O = 33°58'37''43$; $y = 232° 55'$; $(O + y) = 266° 53'37''43$.

Type du calcul.

1.er Terme.		2.e Terme.	
Log. $r = 3^m,96$......	0,597695.		
Compl. log. sin. 1''...	5,314425.		
	+ 5,912120.		— 5,912120.
Compl. log. D......	6,345824.	log. sin. y......	— 9,901872.
Log. sin. $(O + y)$ —	9,999361.	compl. log. G.....	6,325139.
— 180'',84........	2,257305.	+ 137'',76.	2,139131.
		— 180,84.	
	Réduction....	— 43'',08.	

Ainsi il faut, de l'angle observé au point O, soustraire 43''08 pour avoir l'angle BCA. Il peut arriver que la correction soit nulle; et cela a lieu quand le point O se trouve sur la circonférence d'un cercle qui passerait par les trois points C, A et B; alors on aurait sin. $(O + y)$: sin. y :: D : G.

On a donné le signe — aux log. sin. de $(O + y)$ et de y, parce que $(O + y)$ et y surpassent l'un et l'autre 180°.

La première partie de la réduction sera toujours de même signe que le sinus de $(O+y)$; et la seconde sera de signe contraire du sinus de y.

Si l'on opérait sur des grades ou degrés décimaux, le calcul se ferait absolument de la même manière; mais alors il faudrait prendre, au lieu du log. sin. de 1″ sexagésimale, celui de 1″ décimale, qui est 4,1961199, dont le complément arithmétique = 5,8038801.

Tout ce qu'on vient de dire sur la réduction au centre de la station, suppose qu'on puisse mesurer OC et l'angle BOC; ce qu'on ne peut pas faire immédiatement, si le centre C est occupé par une poutre verticale. Le C.en Delambre a donné des formules pour trouver, dans cette circonstance, l'angle de direction et la distance au centre; mais il paraît qu'on peut presque toujours éviter le calcul, qui est assez laborieux. Une construction facile peut donner, avec une exactitude suffisante, la distance au centre, et un point dans la direction de ce centre pour y pouvoir pointer la lunette. On ne peut jamais se flatter d'obtenir, avec une précision rigoureuse, les élémens pour la réduction au centre de la station; il faudrait pour cela suspendre un fil à plomb, du point de mire, qui se trouve quelquefois à dix, quinze ou vingt mètres au-dessus du lieu où

l'on peut placer l'instrument; ce qui est ordinairement impossible, parce que le point de mire se trouve au-dessus du toit, quand d'ailleurs les planchers et la charpente intérieure n'empêcheraient pas cette opération. On en est réduit à conclure le lieu qui répond perpendiculairement au-dessous du point de mire, par la détermination du centre de l'intérieur de l'édifice; et il faudrait supposer une grande perfection dans la construction, pour ne pas craindre une différence de trois à quatre pouces entre le centre et le point de mire.

Au reste, cette différence est fort légère, et paraît être encore beaucoup au-dessous de l'erreur de l'observation, sur-tout si les signaux sur lesquels on pointe sont assez éloignés; mais elle semble prouver qu'il n'est pas nécessaire de s'attacher pour cet objet à une grande précision. La construction qu'on va indiquer suffira dans presque tous les cas.

Supposons que *ABED* (*fig.* 3) soit une poutre rectangulaire qui occupe le centre *C* de la station, *O* le centre de l'instrument: on ne peut mesurer *O C*, ni l'angle de direction *M O C* (*M* est l'objet à gauche).

Du point *F*, milieu de la face *AB*, on élevera la perpendiculaire *FG*, qu'on fera = à ½ *BE*

ou $\frac{1}{2}$ *AD* = *FC*. On tirera *OG* et *OF* ; d'un point quelconque *H* de *OG*, on menera *HK* parallèle à *GF*, et l'on fera *IK* = *HI*. Le point *K* sera dans la direction *OC*.

On pourra donc suspendre un fil à plomb sur le point *K*, et prendre l'angle *MOK* = *MOC*.

Si l'on prolonge *OK* jusqu'en *L* et qu'on mène *LG*, on aura *OL* + *LG* = *OL* + *LC* = *OC* = distance au centre. On connaîtra dans la formule ci-dessus *r* et *y*, avec lesquels on calculera la réduction au centre.

Cette construction qu'on fait sur le plancher, n'exige qu'une ficelle et de la craie blanche ; le point *O* aura pu être déterminé par un fil à plomb avant de placer l'instrument.

Le procédé sera le même pour une poutre carrée.

Si la poutre est hexagonale, soit *ABDEFG* (*fig. 4*) son contour, *O* le centre de l'instrument. Des points *A* et *B* et du rayon *AB*, tracez les arcs *IH* et *KL*, qui se couperont en *X* ; tracez *XZ* sur le milieu de *AB* ; menez *OX*, *OZ* d'un point quelconque *N* de *OX* ; tirez *NQ* parallèle à *XZ* ; faites *PQ* = *NP* : le point *Q* sera dans la direction *OC* ; on pourra mesurer l'angle *MOQ* = *MOC*. Prolongez *OQ* et *AB* jusqu'à leur rencontre en *V* ; menez

QX: on aura $OV + VX = OV + VC = OC$.

Si la poutre est octogonale, on en formera le quadrilatère *ABED* (*fig. 5*), et la construction sera la même que pour la poutre rectangulaire.

Enfin, si la poutre est cylindrique, soit *ADBE* (*fig. 6*) son contour : on prendra avec le cercle les angles *MOA*, *MOB* que font, avec l'objet à gauche, les tangentes menées du même point *O* au cylindre ; la moitié de la somme de ces deux angles donnera l'angle de direction *MOC*.

Pour avoir *OC*, on mènera *OD* qui est la plus courte distance du point *O* à la poutre ; et pour avoir *DC*, on enveloppera le cylindre d'une ficelle, qu'on mesurera pour en avoir la circonférence ; puis du logarithme du nombre de parties qu'elle contiendra, on retranchera le logarithme constant 0,79818, pour avoir le nombre de parties de *DC* : 0,79818 est le logarithme du rapport de la circonférence au rayon.

Supposons, par exemple, que la circonférence du cylindre ait été trouvée de 117 centimètres,

log. 117...... 2,06819.
log. constant... 0,79818.

1,27001 = 18 centimètres,6 = *DC*.

Il peut arriver encore que du lieu où se trouve placé l'instrument, quelque obstacle empêche de voir le centre : soit l'observateur en *O (fig. 7)*; qu'un obstacle empêche de voir le centre *C*, on choisira un point *B*, d'où l'on puisse apercevoir *O* et *C*; on prendra l'angle *CBO*, soit avec le cercle, soit avec un autre instrument ; on mesurera *BC* et *BO*, et on calculera *OC* et l'angle *BOC*, lequel, ajouté à l'angle *BOM* pris avec le cercle, donnera l'angle de direction *MOC*. Ce moyen sera sur-tout applicable, lorsqu'on sera obligé d'observer d'une galerie, en dehors d'un édifice.

Tels sont à-peu-près tous les cas embarrassans qui peuvent se présenter. On ne peut pas tout prévoir; il faut trouver des expédiens divers pour les différentes circonstances; l'intelligence et l'habitude les font découvrir. Lorsqu'on aura le pouvoir de faire pratiquer des ouvertures dans les clochers ou tours mal percées, on opérera plus exactement et plus commodément.

Lorsqu'on est obligé de s'écarter du centre de la station pour observer, il faut, si cela se peut, placer l'instrument de manière à voir de la même ouverture tous les objets entre lesquels on se propose de prendre des distances angulaires; on n'aura alors qu'une seule distance au centre à mesurer,

et un seul angle de direction à prendre ; les autres s'obtiendront par l'addition successive de cet angle avec les angles observés. Si l'on a observé l'angle de direction BOC (*fig. 8*), on aura $AOC = AOB + BOC$; EOC plus grand que $180° = AOE + AOB + BOC$, &c.

Réduction à l'horizon.

Les angles que l'on observe, sont le plus souvent dans un plan incliné à l'horizon de l'observateur ; il faut les y réduire, afin que les triangles se trouvent projetés sur un prolongement de la surface de la mer, ou sur un plan qui lui serait parallèle.

Les élémens de cette réduction sont les distances au zénith des deux signaux et l'angle observé. On a déjà indiqué l'usage du cercle pour l'observation des distances au zénith.

Étant en O (*fig. 9*), on a observé l'angle GOD, entre les deux objets G et D, dans un plan incliné sur l'horizon du point O : cet angle doit être réduit à POQ, formé par les lignes OP, OQ, qui sont les intersections du plan de l'horizon de l'observateur, avec les plans menés par OG et OD au centre de la terre.

Si au point O on élève la verticale OZ,

et que du rayon arbitraire OZ on décrive les arcs dZ, gZ et gd, on aura un triangle sphérique Zdg, dans lequel on connaît les trois côtés, savoir, dZ, gZ, distances apparentes au zénith observées, et gd = angle observé. Si l'on nomme A l'angle observé, a l'angle réduit à l'horizon, H et h les hauteurs Ad, Bg des deux signaux sur l'horizon de l'observateur (ce sont les complémens des distances au zénith), on a, en supposant le rayon = 1,

$$\cos. A = \cos. a \cos. H \cos. h - \sin. H \sin. h,$$

ou

$$\cos. a = \frac{\cos. A + \sin. H \sin. h}{\cos. H \cos. h},$$

d'où l'on tire

$$\sin. \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\left(\frac{\sin. \frac{1}{2}(A+H-h) \sin. \frac{1}{2}(A-H+h)}{\cos. H \cos. h}\right)}.$$

Ces deux dernières formules donnent l'angle réduit, qui est toujours considérable. On est obligé de le calculer avec une grande précision : il est ordinairement préférable de chercher la réduction, qui est toujours fort petite.

Soit $A + x = a$, on aura

$$\cos. A = \cos. A \cos. x \cos. H \cos. h$$
$$- \sin. A \sin. x \cos. H \cos. h + \sin. H \sin. h;$$

d'où

$$\sin. x - \cot. A \cos. x = \frac{\sin. H \sin. h - \cos. A}{\sin. A \cos. H \cos. h},$$

et sin $x + 2 \sin.^2 \frac{1}{2} x \cot. A = \ldots\ldots\ldots$

$$\frac{\text{tang.} \frac{1}{2} A \sin.^2 \frac{1}{2} (H + h) - \cot. \frac{1}{2} A \sin.^2 \frac{1}{2} (H - h)}{\cos. H \cos. h}.$$

Soit, pour abréger, le numérateur du second membre $= n$, on aura

$\sin. x + 2 \sin.^2 \frac{1}{2} x \cot. A = n$ séc. H séc. h et

$2 \sin. \frac{1}{2} x \cos. \frac{1}{2} x = n$ séc. H séc. $h - 2 \sin.^2 \frac{1}{2} x \cot. A$;

d'où, après avoir élevé au carré,

$\sin.^4 \frac{1}{2} x - \sin.^2 A (1 + n \cot. A$ séc. H séc. $h) \sin.^2 \frac{1}{2} x$
$= - \frac{1}{4} n^2 \sin.^2 A$ séc.$^2 H$ séc.$^2 h$.

Représentant, pour abréger, cette équation par
$\sin.^4 \frac{1}{2} x - p \sin.^2 \frac{1}{2} x = - \frac{1}{4} q$, on aura :

$$\sin.^2 \frac{1}{2} x = \frac{1}{4} \frac{q^2}{p} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{q^2}{p^2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{6} \frac{q^4}{p^4} + \&c. \right),$$

$$\text{et } \sin. \frac{1}{2} x = \frac{\frac{1}{2} q}{p^{\frac{1}{2}}} + \frac{\frac{1}{16} q^3}{p^{\frac{3}{2}}}; \text{ et}$$

$$2 \sin. \frac{1}{2} x = \frac{q}{p^{\frac{1}{2}}} + \frac{\frac{1}{8} q^3}{p^{\frac{3}{2}}} = \text{corde } x : \text{mais}$$

$$x = \text{corde } x + \frac{1}{24} (\text{corde } x)^3 = \frac{q}{p^{\frac{1}{2}}} + \frac{\frac{1}{8} q^3}{p^{\frac{3}{2}}} + \frac{\frac{1}{24} q^3}{p^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{ou } x = \frac{q}{p^{\frac{1}{2}}} + \frac{\frac{1}{6} q^3}{p^{\frac{3}{2}}} \left(1 + \frac{1}{3} p\right).$$

Enfin en remettant dans cette expression pour p et q leurs valeurs, en développant jusqu'à n^3 et réduisant

$$x = n \text{ séc. } H \text{ séc. } h - \frac{1}{2} (n \text{ séc. } H \text{ séc. } h)^2 \frac{\cot. A}{\sin. 1''}$$

$$+ \tfrac{1}{2}\,(n \text{ séc. } H \text{ séc. } h)^3 \left(\frac{\tfrac{1}{3} + \text{cot.}^2 A}{\text{sin.}^2\,1''}\right).$$

Le plus souvent on peut s'en tenir au premier terme, et toujours il suffit du second; en tout cas, on voit combien il est facile de réunir les deux derniers termes en une table à double entrée.

La quantité $n = \text{tang.}\,\frac{1}{2}A\ \text{sin.}^2\,\frac{1}{2}(H+h) - \text{cot.}\,\frac{1}{2}A\ \text{sin.}^2\,\frac{1}{2}(H-h)$, se calcule au moyen de deux tables d'un usage commode. La première donne pour chaque valeur de $(H+h)$ et de $(H-h)$, de minute en minute, la quantité $10000\,\text{sin.}^2\,\frac{1}{2}(H \pm h)$; la seconde donne pour chaque valeur de A, de dix minutes en dix minutes, les quantités $0'',0001$ tang. $\frac{1}{2}A$ et $0'',0001$ cot. $\frac{1}{2}A$. La table III donne le facteur séc. H séc. h, qui, dans les opérations géodésiques, diffère peu de l'unité; les argumens en sont H et h. La table IV donne la somme des deux termes suivans; les argumens en sont (n séc. H séc. h) et l'angle A. Les tables, pour ces réductions, se trouveront à la fin de ce numéro, calculées dans le système sexagésimal; et l'on donnera dans le prochain numéro, les mêmes tables calculées dans le système décimal.

EXEMPLE.

Soit l'angle observé $A = 61°9'27'',3$ de l'ancienne division, et les distances apparentes au

zénith de deux objets, $91°25'51''$ et $91°32'45''$: on se rappelle que H et h sont les complémens des distances au zénith.

Nommons D et d les deux distances au zénith, qui ont respectivement pour complémens H et h. Si D et d sont tous les deux plus grands que 90°, H et h seront $(D - 90°)$ et $(d - 90°)$; $(H + h)$ sera $= (D + d) - 180°$, et $(H - h)$ sera $= (D - d)$.

Si D et d sont tous les deux plus petits que 90°, alors H et h seront $(90° - D)$ et $(90° - d)$; $(H + h)$ sera $= 180° - (D + d)$ et $(H - h) = (D - d)$.

Enfin si D est plus grand que 90° et d plus petit que 90°, H sera $= (D - 90°)$ et $h = (90 - d)$; $(H + h)$ deviendra $= (D - d)$ et $(H - h) = (D + d) - 180°$.

Cela posé,

$$\begin{array}{rl} & 91°25'51''. \\ \text{et} & \underline{91\ 32\ 45.} \end{array} \quad H = 1°32'45''.$$

$$(H + h) \quad 2°58'36''. \qquad h = 1°25'51''.$$

$$(H - h) \quad 6'54.$$

$(H + h)$ 1.re table. $+ 6{,}746$. $(H - h)$ 1.re table. $+ 0{,}010$.
A tang. 2.e table. $+ 12{,}19$. A cot. 2.e table. $- 34{,}89$.

$$\begin{array}{r} 60714 \\ 6746 \\ 13492 \\ 6746 \\ \hline + 82{,}23374 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 0{,}3489 \\ + 82{,}2337 \\ \hline x = + 81'',8848 \end{array}$$

La première partie de la réduction est toujours additive, et la seconde soustractive. Pour avoir cette correction plus exactement, il faut la multiplier par (*séc. H séc. h*) ; la table III avec *H* et *h* donne pour ce facteur 1,0007.

$n = \ldots\ldots\ldots 81'',8848$

séc. *H* séc. *h*. . . . 1,0007

n (séc. *H* séc. *h*). . 81,94216

Enfin, si l'on veut avoir égard aux deux derniers termes de la formule, il faut se servir de la table IV, calculée dans la supposition que (*n* séc. *H* séc. *h*) est de 100''.

Avec l'angle observé 61° 9', on trouve dans la table IV l'équation — 0'',013 : c'est ce qu'il faudrait retrancher si (*n* séc. *H* séc. *h*) était de 100'': mais comme cette quantité n'est que de 82'', il faut multiplier la correction — 0'',013 par $\left(\frac{82}{100}\right)^2 = 0,6724$ et — 0'',013 × 0,67 = — 0'',009.

(*n* séc. *H* séc. *h*) + 81'',94
— 0,009

+ 81'',93 = 1' 21'',93.

Angle observé 61° 9' 27'',3
réduction 1 21,93.

Angle réduit à l'horizon 61° 10' 49'',23.

On voit qu'on aurait pu sans inconvénient s'en tenir à n ; et on peut toujours le faire, quand la réduction est d'un petit nombre de secondes, et que les deux distances au zénith diffèrent peu de 90°.

Nous allons placer ici la résolution du triangle sphérique par la formule exacte

$$\sin.\tfrac{1}{2}a = \sqrt{\left(\frac{\sin.\frac{1}{2}[A+(H-h)]\sin.\frac{1}{2}[A-(H-h)]}{\cos.H\cos.h.}\right)}$$

en employant les mêmes données que ci-dessus, afin qu'on puisse comparer les deux méthodes quand on le jugera à propos.

H..... 1°32′45″
h....... 1 25 51.

$(H-h)$ 0 6′ 54″.

A = 61°9′27″,3.	A = 61°9′27″,3.
$(H-h)$. 0 6′54″	$(H-h)$... 0 6′54.
$A+(H-h)$...61°16′21″,3	$A-(H-h)$.. 61°2′33″,3.
$\frac{1}{2}[A+(H-h)]$.30°38′10″,65.	$\frac{1}{2}[A-(H-h)]$..30°31′16″.65.

Compl. log. cos. H.. 0,0001581.
Compl. log. cos. h... 0,001350.
Log. sin. $\frac{1}{2}[A+(H-h)]$... 9,7072179
Log. sin. $\frac{1}{2}[A-(H-h)]$... 9,7057427

Log. sin.² $\frac{1}{2}a$............... 19,4132541.
Log. sin. $\frac{1}{2}a$............... 9,70662705..30°35′24″,59.
Donc a, angle réduit à l'horizon, = 61°10′49″,18.

C'est, à 0,05 de seconde près, l'angle qu'on a

trouvé plus haut : si l'on ajoutait $\frac{1}{2}$ unité à la 8.e figure du log. sin. $\frac{1}{2}\,a$, on trouverait exactement $61°10'49'',23$; mais les log. sinus que l'on prend dans les tables ordinaires, ne sont exacts qu'à $\frac{1}{2}$ unité près sur la 7.e figure; d'où l'on conclut qu'il faudrait se servir de tables qui donnassent plus de sept figures, pour répondre de la réduction à 0,01 de seconde; exactitude que la formule approximative donne, et que l'on obtient plus commodément par son moyen, en l'employant toutefois pour les cas où H et h ne passent pas 3° à 4°. Si l'on avait $H = h$, alors $H - h = 0$, et la formule $\sin\frac{1}{2}\,a =$
$\sqrt{\left(\frac{\sin.\frac{1}{2}[A+(H-h)]\sin.\frac{1}{2}[A-(H-h)]}{\cos. H \cos. h}\right)}$,
deviendrait $\sin.\frac{1}{2}a = \frac{\sin.\frac{1}{2}A}{\cos. H}$; n dans la formule approximative, deviendrait tangente $\frac{1}{2}\,A\ \sin.^2\frac{1}{2}(H+h)$, et la correction n'aurait qu'une seule partie.

Correction pour l'excentricité de la Lunette inférieure.

Dans les cercles, l'axe de la lunette inférieure ne passe pas par le centre de l'instrument; cette construction oblige à une correction de l'angle mesuré.

Quand on commence l'observation d'un angle ACB (*fig. 10*), on met la lunette supérieure sur l'objet A (1), à droite, dans la direction CA. Si la lunette inférieure était concentrique, on la dirigerait selon CB, et l'arc intercepté donnerait sur le limbe la mesure cherchée : mais, à cause de l'excentricité CD, la lunette inférieure qui est fixée en D, prend la direction DB.

Quand ensuite on dirige la lunette inférieure sur l'objet A, le point D, par le mouvement de l'instrument sur son pivot, est transporté en E, et la lunette inférieure prend la direction AE ; en sorte que le mouvement donné à l'instrument est égal à l'angle DCE, et non pas à l'angle ACB.

$$\text{Or } DCE = ACE - ACD = ACE - (BCD - BCA) = ACE - BCD + BCA = (90^\circ - A) - (90^\circ - B) + BCA = 90^\circ - A - 90^\circ + B + BCA = BCA + B - A = BCA + \frac{CD}{CB} - \frac{CE}{CA};$$

car les angles A et B étant très-petits, on peut mettre les sinus au lieu des arcs : donc la lunette

(1) En supposant que les divisions sur l'instrument soient comptées de gauche à droite.

supérieure

supérieure est repoussée à droite, hors de l'angle ACB, d'une quantité

$$= BCA + \frac{CD}{CB} - \frac{CE}{CA}.$$

Donc, pour la ramener en B, il faut lui faire décrire $ACB + \frac{CD}{CB} - \frac{CE}{CA} + ACB = 2\,ACB + \frac{CD}{CB} - \frac{CE}{CA}$.

Donc, lorsqu'on prend la moitié de l'arc mesuré sur le limbe, on obtient $ACB + \frac{CD}{2\,CB} - \frac{CE}{2\,CA} = \frac{1}{2}$ (arc mesuré); donc $ACB = \frac{1}{2}$ (arc mesuré) $+ \frac{CE}{2\,CA} - \frac{CD}{2\,CB}$: donc, pour avoir ACB, il faut, à la moitié de l'angle pris sur le limbe, ajouter $\frac{\frac{1}{2}\text{ excentricité}}{D} - \frac{\frac{1}{2}\text{ excentricité}}{G}$; D et G sont respectivement les distances à l'objet de droite et à l'objet de gauche.

Dans la figure, l'excentricité est à droite; si elle eût été à gauche, elle aurait été négative, et l'on aurait une correction de signes contraires.

En général, la correction est égale à la moitié de l'excentricité, réduite en secondes, et divisée par la distance à l'objet qui est du même côté que l'excentricité, moins la demi-excentricité,

divisée par la distance à l'objet qui est de l'autre côté par rapport à la lunette excentrique.

L'excentricité varie suivant les dimensions des cercles et le diamètre des lunettes : il sera aisé de se former une table pour cette correction, lorsqu'on aura mesuré l'excentricité de son instrument. Dans la construction de la table, il faut exprimer l'excentricité par la même unité dont on se sert pour les côtés des triangles.

Supposons que les côtés des triangles soient calculés en toises, et que l'excentricité soit de 18 lignes; $\frac{1}{2}$ excentricité $= 9$ lignes, et $\frac{9 \text{ lignes}}{1 \text{ toise}}$ $= \frac{1}{96}$. Si les angles sont mesurés en degrés sexagésimaux, on aura $\frac{57°17'44''8}{96} = 2148'',6$.

Ainsi la formule sera $\frac{2148'',6}{D} - \frac{2148'',6}{G}$, si l'excentricité est à droite. Il sera aisé de calculer la correction pour différentes distances, qu'on pourra faire croître de 1000 en 1000 toises. Alors, avec la distance à droite, on prendra dans la table une correction additive; avec la distance à gauche, on en prendra une soustractive : la différence des deux sera ce qu'il faudra ajouter ou retrancher à l'angle observé pour l'excentricité. Si l'excentricité était à gauche, il

faudrait, avec la distance à gauche, prendre une correction additive, et une correction soustractive avec la distance à droite.

Mais supposons que les côtés des triangles soient exprimés en mètres, et que les angles soient mesurés en grades ou degrés décimaux : alors, soit l'excentricité $= 2$ centimètres, $\frac{1}{2}$ excentricité $=$ 1 centimètre, et $\frac{0^m,01}{1^m} = 0,01$, le rayon $=$ $63^\circ,66197$ et $636619'',7 \times 0,01 = 6366'',2$. Ainsi la formule deviendrait $\frac{6366'',2}{D} - \frac{6366'',2}{G}$ pour l'excentricité à droite. On pourrait aussi calculer une table de 1000 mètres en 1000 mètres.

Enfin, si, en conservant les degrés sexagésimaux pour la mesure des angles, on exprimait en mètres les côtés des triangles, on aurait, en supposant toujours l'excentricité $= 2$ décimètres, $57^\circ 17' 44'',8$, ou $206264'',8 \times 0,01 = 2062'',65$; et la formule serait $\frac{2062'',65}{D} - \frac{2062'',65}{G}$ pour l'excentricité à droite. Si l'on avait $D = G$, la correction serait nulle. L'effet de l'excentricité sur les trois angles d'un triangle se réduit à *zéro*.

Réduction à l'axe du signal observé.

On doit, autant qu'il est possible, éviter les

signaux dont le point de mire n'est pas bien déterminé. De ce nombre sont les tours rondes, carrées, rectangulaires, &c. qui ne sont point couronnées par des flèches. On ne peut pointer que par estime sur l'axe de ces signaux, et il peut arriver que l'erreur de l'observation aille à plusieurs secondes ; ils ont encore l'inconvénient d'être souvent éclairés obliquement par le soleil : alors on croit pointer sur le milieu du signal, et l'on pointe sur le milieu de la partie éclairée.

Soit, par exemple, le signal $abcd$ (*fig. 11*) : si l'on n'a pu voir, à cause de l'éloignement, que la face éclairée ab, on a observé le point A au lieu du point M, centre du signal, et l'angle observé a besoin d'une correction égale à l'angle AOM ; encore n'est-il pas rigoureusement vrai qu'en dirigeant la lunette sur le milieu de la face AB (*fig. 12*), on pointe en A. En effet, la ligne AB, vue du point O, paraît dans l'œil suivant la ligne AC, perpendiculaire à OF, qui partage en deux l'angle AOB ; ainsi le rayon visuel se dirige sur le point F, milieu de AC, par conséquent sur le point D, et non pas sur le point E, comme cela devrait être : l'erreur sur l'angle observé est égale à DOE.

Appelons AB, F ; ADO, a ; $AO = OE$, D ; AOB, b ; FE est parallèle à OB ; ainsi

$DFE = DOB = \frac{1}{2} b$: à cause que le triangle ABC peut être considéré comme rectangle, on fera $FE = \frac{1}{2} F$ cos. a.

On a $D : \frac{1}{2} F \cos. a :: \frac{1}{2} b : x = \frac{b F \cos. a}{4 D}$: l'angle $b = \frac{AC}{AO \sin. 1''} = \frac{AB \sin. a}{AO \sin. 1''}$; donc $x = \frac{F^2 . \sin. a \cos. a}{4 D^2 R \sin. 1''}$.

Si le second objet est à la gauche de l'observateur, la correction sera additive, tant que l'angle ADF sera moindre que 90°; à 90°, la correction sera nulle; et quand ADF sera plus grand que 90°, elle sera soustractive. Ce serait le contraire, si le second objet était à droite.

Il suit de là qu'à moins que le rayon visuel ne soit perpendiculaire sur une des faces d'un signal carré, hexagonal, octogonal, ce rayon ne se dirige pas sur l'axe du signal. Il est vrai que la correction qui ne donne qu'un ou deux centièmes de seconde, peut toujours se négliger. Revenons à celle qui dépend du soleil. Si du point O (*fig. 11*) on n'a pu voir que la face ab, la correction est égale à l'angle AOM; or, $AOM = \frac{AM \sin. AMO}{AO \sin. 1''}$: si l'on n'avait vu que la face bc, la correction serait $BOM = \frac{BM \sin. BMO}{BO \sin. 1''}$.

Si le signal est une tour ronde, la correction est un peu plus longue à calculer : en voici la méthode.

Un observateur placé en O (*fig.* 13), à une distance convenable de la tour $ADBS$, ne peut voir cette tour que quand elle est éclairée du soleil, et alors même il n'en voit que la partie éclairée ; et s'il prend le milieu de la partie éclairée pour le centre de la tour, il se trompe d'une quantité qu'il s'agit de déterminer.

Soit CS la direction du soleil au temps de l'observation, MS sera l'azimut compté depuis midi : faisons $MS = z$, le demi-cercle ASB sera éclairé du soleil. Soit maintenant OC le rayon visuel de l'observateur ; faisons $MCO = MQ = x$, et menons DE perpendiculaire à OC.

Le demi-cercle $DAQE$ est celui qui se présente à l'observateur ; mais, comme la partie AD n'est pas éclairée du soleil, l'observateur ne verra que la partie $AQSME$: abaissons AF sur DE, EF sera la projection orthographique de l'arc visible, et cet arc paraîtra par conséquent comme la droite FE. Cette ligne est plus petite que le diamètre, de la quantité $DF = CD\ 2 \sin.^2 \frac{1}{2} AD = 2\ CD \sin.^2 \frac{1}{2} QS = 2\ CD \sin.^2 \frac{1}{2} (MQ - MS) = 2\ CD \sin.^2 \frac{1}{2} (x - z)$.

L'erreur de l'observation sera donc ce qui suit : $CD \sin.^2 \frac{1}{2} (x - z)$. Pour exprimer cette erreur en secondes, on divisera par $OC \sin. 1''$: ainsi, faisant $OC = D$, $CD = r$, on aura pour la correction cherchée $\frac{r \sin.^2 \frac{1}{2} (x - z)}{D \sin. 1''}$.

Si le soleil et l'objet auquel on compare la tour sont du même côté, la correction est additive; s'ils sont de différens côtés, la correction est soustractive.

Si $x > z$, le soleil sera à droite de l'observateur. Connaissant la latitude du lieu et l'heure de l'observation, on pourrait calculer x et z; mais comme il n'est pas besoin en cela d'une grande précision, il suffira de remarquer que $(x - z) = QS$ est le supplément de l'azimut observé au point O, entre le soleil et le signal.

Si du point O on peut apercevoir le soleil, on mettra l'instrument dans une situation verticale; on dirigera la lunette supérieure sur le signal, et l'on remarquera le nombre de degrés marqué par l'index sur le cercle azimutal; on ramenera la lunette supérieure vers le soleil, en faisant tourner tout l'instrument sur sa colonne suivant l'ordre des divisions. L'arc parcouru sur le cercle azimutal sera l'angle COP, supplément de QCS. Si cet angle est plus petit que

180°, le soleil sera à gauche de l'observateur; s'il est plus grand, le soleil sera à droite (1).

Puisque le soleil a marché pendant la durée de la mesure de l'angle, il serait plus exact d'avoir l'azimut pour le milieu de l'observation; pour cet effet, on pourrait prendre un azimut avant de commencer l'observation et un azimut après: la moitié de la somme des deux donnerait l'azimut pour le milieu de l'observation; cet azimut conviendrait alors avec l'angle mesuré, qui, à cause du mouvement du soleil, aurait augmenté ou diminué en progression équidifférente pendant le cours de l'observation.

Exemple.

Soit un azimut pris avant de commencer l'observation = ...	217° 15'.
Le second pris immédiatement après l'observation.................	208. 5.
	425° 20'.
Azimut pour le milieu de l'observation.....................	212° 40'.
$(x - z)$.....	180°
	32° 40'.

(1) En supposant que les divisions sur le cercle azimutal soient écrites de gauche à droite.

Soit de plus $r = 2^t,64$,

$D =$	10728^t
Log. r............	0,42160.
Log. sin.$^2 \frac{1}{2} (x - z) =$	
log. sin.^{2} 16° 20'.......	18,89810.
Compl. log. D......	5,96948.
Compl. log. sin. 1"...	5,31442.
	30,60360 = 4",01.

Ainsi la correction est de 4",01 : elle sera additive, si l'objet auquel on compare la tour, est à droite; et soustractive, s'il est à gauche.

Si du point O (*fig. 14*) on ne pouvait apercevoir le soleil, on pourrait suspendre un fil à plomb en A, dont l'ombre se dirigerait suivant AB, qu'on prolongerait suffisamment pour qu'elle rencontrât CO prolongée jusqu'en B : on mesurerait AB, OB, et l'angle AOB; alors on calculerait l'angle ABO, azimut cherché.

Une plus grande précision pour cet objet serait superflue. On pourrait avoir des formules pour les cas de tours hexagonales, octogonales, &c.; mais cette recherche paraît inutile, vu la rareté des occasions où l'on serait obligé d'y avoir recours.

Excès sphériques.

Quand les angles observés sont réduits au

centre et à l'horizon, et corrigés de l'excentricité de la lunette inférieure et de la phase des signaux, s'il y a lieu, ces angles sont réellement les angles sphériques compris entre les côtés des triangles, projetés sur la surface de la mer ou sur un plan qui lui serait parallèle.

Dans cet état, la somme des trois angles d'un triangle doit excéder deux angles droits, d'une quantité égale à la surface du triangle, réduite en secondes, par la propriété connue de l'aire du triangle sphérique : mais il s'en faut ordinairement de quelques secondes que la somme des trois angles observés d'un triangle ne soit égale à la somme des angles du triangle sphérique ; et cette différence est proprement l'erreur de l'observation.

Il n'y a pas long-temps qu'on a égard, dans les opérations géodésiques, à l'excès sphérique des trois angles de triangle : cet excès restait confondu avec l'erreur des observations, qui était toujours assez grande, alors que les instrumens moins perfectionnés ne permettaient pas d'atteindre à la précision que l'on obtient aujourd'hui dans la mesure des angles. Quand les trois angles n'égalaient pas deux droits, on distribuait l'erreur par tiers sur chacun des angles des triangles, qu'on résolvait ensuite comme rectilignes. On se conformait, sans s'en douter, au théorème

du C.[en] Legendre, comme on le verra ci-après.

On pourrait donc traiter les triangles formés sur la surface de la terre comme des triangles sphériques, pour le calcul de leurs côtés : de la surface du triangle, on conclurait l'excès des trois angles sur deux droits; on rendrait les trois angles observés égaux à deux droits, plus cet excès; avec ces nouveaux angles, on calculerait les côtés des triangles sphériques par les formules connues : mais, parce que les triangles terrestres que l'on considère dans les opérations géodésiques, diffèrent très-peu des triangles rectilignes, leurs côtés étant fort petits par rapport au rayon de la sphère, on a pensé qu'on pourrait simplifier le calcul des côtés, et ramener les triangles sphériques à des triangles rectilignes, dont la résolution est moins laborieuse. On y est parvenu; et l'on va exposer deux manières qu'on pourra, si on le veut, mettre en comparaison. L'une est l'application du beau théorème du C.[en] Legendre, dont voici l'énoncé : *Si de chacun des angles d'un triangle sphérique, dont les côtés sont très-petits par rapport au rayon de la sphère, on retranche le tiers de l'excès de la somme des trois angles sur deux droits, les angles ainsi diminués pourront être pris pour les angles d'un triangle rectiligne, dont les côtés sont égaux en longueur à ceux du triangle sphérique*

proposé. Il faut donc connaître l'excès de la somme des trois angles du triangle sphérique sur deux droits : pour y parvenir, on calculera la surface *à priori*, en la considérant comme rectiligne ; ce qui donnera une exactitude au moins suffisante.

Si l'on a deux côtés b et c avec l'angle compris A, la surface sera $S = \frac{1}{2} bc \sin. A$. Si l'on a un côté a et les deux angles adjacens B et C, la surface sera $S = \frac{1}{2} a^2 \frac{\sin. B \sin. C}{\sin. (B + C)}$. On aura ensuite, en appelant e l'excès sphérique : $e = \frac{s}{r^2} . R$; r est le rayon de la terre qui doit être exprimé en mêmes unités que les côtés des triangles ; R est le nombre de secondes comprises dans le rayon ; donc e sera exprimé en secondes.

Ainsi, pour avoir l'excès sphérique exprimé en secondes, il faut, au logarithme de la surface du triangle, ajouter $(\log. R - 2 \log. r)$, qui est une quantité constante. Si les côtés des triangles sont calculés en toises, et qu'on emploie pour les angles l'ancienne division du cercle, on aura $\log. r = 6,51406$ et $\log. R = 5,31443$: alors $(\log. R - 2 \log. r) = 2,28631 - 10$, qu'il faudra ajouter au logarithme de la surface du triangle, pour avoir le logarithme de l'excès sphérique en secondes.

Mais si les côtés des triangles sont donnés en mètres, et qu'on emploie la division centésimale du cercle, on aura log. $r = 6,80388$ et log. $R = 5,80388$; d'où (log. R — 2 log. r) $=$ 2,19612 — 10.

Enfin, si, en employant le mètre pour l'expression des côtés des triangles, on exprimait les angles par l'ancienne division du cercle, il faudrait, au logarithme de la surface du triangle, ajouter le logarithme constant 1,70667 — 10.

Supposons, pour exemple, qu'on ait les deux côtés a et b exprimés en toises et l'angle compris C,

savoir, $C = 103°19'10''$.
log. a . . . . . . 4,5891503.
log. b . . . . . . 4,5219271.

On aura pour le calcul de la quantité $\frac{1}{2} b\, a$ sin. C, qui exprime l'aire du triangle,

log. a . . . . . . 4,58915.
log. b . . . . . . 4,52193.
log. sin. C. . . . . . 9,98816.
Compl. log. 2. . . . 9,6989700.

8,79821.
log. constant. . 2,28631.

1,08452 $= 12'' 15$.

Ainsi l'excès sphérique irait à $12'',15$, parce

que les côtés du triangle sont très-grands : rarement cet excès passe 5″ dans les opérations géodésiques.

Les trois angles observés du triangle devraient surpasser deux angles droits de 12″,15 ; ce qu'il s'en faudrait serait l'erreur de l'observation. Le calcul qui précède n'est pas nécessaire pour le calcul des côtés des triangles ; il n'est utile que pour faire connaître l'erreur de l'observation sur chaque angle, et les ramener à leur véritable valeur, en distribuant l'erreur par tiers sur chacun d'eux, pour rendre leur somme égale à deux droits, plus l'excès sphérique.

On pourra se contenter, pour le calcul des triangles, de distribuer par tiers l'excès ou la différence à 180° sur les trois angles observés, pour que la somme devienne égale à deux droits, à moins que quelque raison particulière ne détermine l'observateur à faire une autre répartition qui dépendrait du plus ou moins de confiance qu'il aurait dans tel ou tel angle.

Les trois angles ainsi réduits à 180° seront ceux qu'on emploiera pour le calcul des côtés des triangles qu'on considérera comme rectilignes.

La méthode du C.en Delambre consiste à réduire les angles horizontaux compris entre les objets, aux angles compris entre les cordes qui

soutendent les arcs terrestres ; par ce moyen, le triangle sphérique se réduit à un triangle rectiligne formé par les droites qu'on imaginerait joindre les pieds des trois signaux projetés sur un prolongement de la surface de la mer.

Pour ramener l'angle sphérique compris entre deux objets terrestres, à l'angle des cordes, on peut imaginer qu'il s'agit de ramener l'angle *réduit* à l'horizon, à un autre plan dont la situation est déterminée par la longueur des arcs qui comprennent l'angle. En effet, ces arcs sont la mesure des angles de dépression entre le plan horizontal et le plan des cordes ; car on sait que l'angle compris entre la corde et la tangente a pour mesure la moitié de l'arc : ainsi ce problème est l'inverse de celui de la réduction de l'angle à l'horizon. On pourra donc se servir de la même formule, en changeant les signes des tables.

Il faut exprimer en minutes les arcs de grand cercle qui comprennent l'angle : on peut, à cette conversion, employer la formule

$$K\left(\frac{1-\frac{1}{2}e^2\sin.^2 L}{R\sin. 1'}\right),$$

dans laquelle K est un côté de triangle exprimé en mesures connues ; e est l'excentricité de la terre ; L la latitude ; R le rayon de l'équateur en

mêmes mesures que K. Cette quantité est l'angle formé par la normale menée d'une des extrémités de l'arc, et la droite tirée de l'autre extrémité au point où la normale rencontre l'axe. Cet angle diffère peu de l'arc terrestre. Pour les régions qui avoisinent le 45.e degré de latitude, on pourrait se servir de la formule

$$K\left(\frac{1-\frac{1}{4}e^2}{R\ \text{sin.}\ 1'}\right).$$

En adoptant $\frac{1}{334}$ pour l'aplatissement, $e^2 = 1-(\frac{333}{334})^2 = 0{,}005979$; log. R, en toises, $= 6{,}5147106$. On a calculé deux tables qui donnent le logarithme du facteur $\frac{1-\frac{1}{2}e^2 \cdot \text{sin.}^2 L}{R\ \text{sin.}\ 1'}$ pour différentes valeurs de L, de 10′ en 10′. Il suffira de l'ajouter au logarithme de K, et d'ôter dix unités de la somme pour avoir l'arc terrestre en minutes. La première table servira quand les côtés seront exprimés en mètres, et qu'on emploiera la division centésimale du cercle; et la seconde servira quand K sera donné en toises, et ses angles en degrés de l'ancienne division.

Quand on aura déterminé les deux arcs terrestres, on en prendra les moitiés, qu'on appellera P et Q; on fera la somme $(P+Q)$ et la différence $(P-Q)$. Avec les nombres, on cherchera deux facteurs dans la table I.re, avec l'angle réduit

réduit à l'horizon. On cherchera les nombres tang. et cotang. dans la table II. On donnera le signe — au nombre tang., et le signe + au nombre cotang.

Exemple.

Soit proposé de réduire à l'angle des cordes, l'angle horizontal 61° 10′ 49″,3, compris entre deux côtés de 8749 et 10427 toises, à la latitude de 49° 20′.

Avec la latitude de 49° 20′, on trouve dans la table des valeurs de $\frac{1-\frac{1}{4}e^2 \sin.^2 L}{R \sin. 1'}$, le logarithme 7,02182 :

log. 7,02182
log. 8749ᵗ... 3,94196

0,96378 = 9′,20

log. 7,02182
log. 10427ᵗ... 4,01816

1,03998 = 10′,96

Ainsi P = 10′,96 et Q = 9′,20

10′,96
9′,20

$(P+Q)$ — 20′,16
$(P-Q)$ 1,76

$(P+Q)$ tab. 1.re 0,085
avec l'angle obs. tab. 2 — 12,19

6095
9752

— 1″,03615

angle observé 61° 10′ 49″,3

angle des cordes 61° 10′ 48″,26

$(P-Q)$ tab. 1.re 0,000
avec l'angle obs. tab. 2 + 34,89

0,000.

L'angle des cordes sera de 61° 10′ 48″,26.

On fera la même réduction sur les trois angles; puis on rendra leur somme égale à deux droits, en distribuant sur chacun un tiers de la différence : après quoi on pourra procéder au calcul du triangle considéré comme rectiligne.

Observations de latitude.

On peut, pour la détermination de la latitude des lieux terrestres, employer des hauteurs méridiennes du soleil ou des étoiles; la méthode est la même. On détermine le moment du passage au méridien, au moyen de son ascension droite, et on prend des hauteurs de l'astre avant et après le passage, en comptant sur une pendule les instans des observations.

L'invention du cercle répétiteur permet maintenant, d'obtenir, dans une nuit, la latitude, à la précision d'une seconde; exactitude qu'on ne pouvait avoir autrefois qu'en plusieurs années, par des observations suivies.

En effet, on peut prendre, avant et après le passage au méridien, 30 à 40 distances au zénith de la même étoile. On peut faire les mêmes observations sur plusieurs étoiles dans une même nuit, et, par conséquent, se procurer en peu d'heures une centaine d'observations de latitude. Les hauteurs d'une même étoile se prennent

en prolongeant la série des observations, sans lire chacune d'elles : on se contente de lire la dernière, et de diviser l'arc parcouru par le nombre d'angles observés, parce qu'on peut très-bien supposer que le mouvement de l'astre est uniforme pendant de petits intervalles de temps.

Les différentes hauteurs d'une étoile, prises à quelque distance du méridien, ont besoin d'une correction pour les réduire au méridien.

Soit $HZPR$ (*fig.* 15) le méridien, z le zénith, E l'étoile, PE sa distance au pôle, ZE la distance au zénith observée; faisons $Pe = PE$, il faut, de ZE observée, conclure Ze.

Désignons par L la latitude du lieu, qu'il suffit de connaître à-peu-près; par D, la déclinaison de l'astre; et par P, sa distance au méridien ou l'angle horaire ZPE; $Ze = ZP - PE = (90° - L) - (90° - D) = D - L$. Il est clair que Ze est plus petit que ZE. Soit x la différence, $ZE = Ze + x = (D - L + x)$, le triangle sphérique ZPE donne $\cos. ZE = \cos. PE \cos. PZ + \sin. PE \sin. PZ \cos. P$ ou $\cos. (D - L + x) = \sin. D \sin. L + \cos. D \cos. L \cos. P$.

C'est de cette équation que le C.en Delambre est parti pour déterminer x, qu'il a trouvé

exprimé par la série $x = \left(\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P \cos. D \cos. L}{\sin. (D - L) \sin. 1''}\right) -$

$\frac{1}{2}\left(\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P \cos. D \cos. L}{\sin. (D - L) \sin. 1''}\right)^2 \cot. (D - L) \sin. 1'' -$

$\frac{1}{3}\left(\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P \cos. D \cos. L}{\sin. (D - L) \sin. 1''}\right)^3 \cot.^2 (D - L) \sin.^2 1''$.

Le troisième terme est toujours insensible ; le second se calcule facilement à l'aide du premier, et presque toujours le premier suffit.

La valeur de x se retranche de la distance observée, quand l'étoile passe entre le pôle et le zénith, suivant la figure : ainsi, pour ce cas, il faut changer les signes de la valeur de x ci-dessus.

Si l'étoile passe au-dessous du pôle, la valeur de x conservera les signes qu'elle a plus haut, en mettant $(D + L)$ à la place de $(D - L)$.

Enfin, si l'étoile passe au midi du zénith, il faudra changer les signes de la valeur de x ci-dessus, et mettre $(L - D)$ à la place de $(D - L)$.

Si la déclinaison de l'astre était boréale, D changerait de signe.

En se bornant au premier terme de la formule, comme on a $2 \sin.^2 \frac{1}{2} P = \sin.$ verse P et $(\tang. D \mp \tang. L) = \frac{\sin. (D + L)}{\cos. D \cos. L}$, on la mettrait sous la forme $x = \mp \frac{\sin. \text{verse } P}{(\tang. D \mp \tang. L) \sin. 1''}$.

Cette formule pourrait servir à calculer des tables générales, avec l'argument ($\tang. D \mp \tang. L$).

Au reste, le calcul des tables par la formule donnée plus haut, est assez facile. On remarquera que le premier terme n'a de variable que $\sin.^2 \frac{1}{2} P$, et le second que $\sin.^4 \frac{1}{2} P$. Les logarithmes de deux nombres consécutifs de la table ne varieront donc qu'à raison de la variation de $\log. \sin.^2 \frac{1}{2} P$ et de $\log. \sin.^4 \frac{1}{2} P$. Ainsi, quand on aura le logarithme du premier nombre de la table, on aura ceux de tous les autres, en ajoutant successivement les différences des logarithmes de $\sin.^2 \frac{1}{2} P$ et $\sin.^4 \frac{1}{2} P$.

Il suffira de calculer le second terme de minute en minute de temps; on en conclut les termes intermédiaires par une interpolation facile.

On pourra donc calculer des tables de réductions pour l'étoile ou pour les étoiles qu'on aura choisies pour l'observation de la latitude.

Supposons, par exemple, qu'on veuille calculer une table de réduction pour l'étoile polaire, qui semble mériter la préférence parmi celles que l'on peut choisir pour les observations de latitude.

La latitude du lieu étant de $51° \; 2' \; 10'' = L$, et la déclinaison de l'étoile de $88° \; 12' \; 50'' = D$, on a,

$$(D - L) = 37° \; 10' \; 40''. \; (D + L) = 139° \; 15' \; 0''.$$

Passage supérieur.		*Passage inférieur.*	
log. 2	0,30103.		
compl. log. sin. 1″	5,31443.		
log. cos. *D*	8,49372.		
log. cos. *L*	9,79853.		
	3,90771.		3,90771.
C. log. sin. $(D - L)$	0,21875.	C. log. sin. $(D + L)$	0,18525.
log. *a*	− 4,12646.	log. *a*	+ 4,09296.
2 log. *a*	+ 8,25292.	2 log. *a*	− 8,18592.
log. $\frac{1}{2}$	9,69897.		9,69897.
sin. 1″	4,68557.		4,68557.
cot. $(D - L)$	0,12008.	cot. $(D + L)$	− 0,06467.
log. *b*	+ 2,75754.	log. *b*	+ 2,63513.

Ainsi, les logarithmes constans du premier terme de la formule sont − 4,12646 pour le passage supérieur, et + 4,09296 pour l'inférieur ; ces logarithmes sont à ajouter aux différences logarithmiques de sin. $2\frac{1}{2}P$, pour avoir les logarithmes des corrections répondant aux différens angles horaires P, dues au premier terme.

Les logarithmes constans du second terme sont + 2,75754 pour le passage supérieur, et + 2,63513 pour l'inférieur ; ces logarithmes sont à ajouter aux différences logarithmiques de sin. $^4\frac{1}{2}P$, pour avoir les logarithmes des corrections répondant aux différens angles horaires P, dues au second terme.

Pour le passage supérieur, le premier terme est

négatif, et le second positif; mais comme celui-ci est toujours plus faible de beaucoup, la réduction est soustractive.

Pour le passage inférieur, le premier terme est positif et le second l'est aussi, parce que $(D + L)$ sera toujours plus grand que 90°.

Pendant l'observation d'une même étoile, D varie par la précession, l'aberration et la nutation; mais c'est d'une quantité si petite, qu'on peut regarder la déclinaison comme constante dans l'intervalle, quand il serait de trois à quatre mois : mais après quelques années il faut refaire la table.

Quand on veut observer une même étoile, il est bon de faire un tableau qui donne, pour tout l'intervalle, la position apparente de l'étoile, c'est-à-dire, son ascension droite en temps et sa distance au pôle à-peu-près connue, affectées l'une et l'autre de la précession, de l'aberration et de la nutation.

La comparaison des instans des observations avec l'heure du passage au méridien, donnera les angles horaires P, avec lesquels on prendra dans la table les réductions convenables. La somme de toutes ces réductions, divisée par le nombre des observations, sera la réduction moyenne, qu'on retranchera (pour un passage supérieur) de la moyenne entre toutes les distances observées (c'est l'arc parcouru, divisé par le nombre des obser-

Digitized by Google

vations) : le reste sera la distance apparente, telle qu'elle aurait été observée au méridien.

On vient de voir la manière de calculer des tables particulières de réduction pour une étoile quelconque, appliquée à l'étoile polaire ; mais, au lieu de tables particulières, il est avantageux, dans certains cas, d'employer des tables générales, comme lorsqu'on veut observer un grand nombre d'étoiles, et se contenter, pour chacune, d'une centaine d'observations. Voici la manière de construire ces tables.

La formule trouvée plus haut peut se mettre sous cette forme :

$$x = -\frac{2\,\sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin.\, 1''} \cdot \frac{\cos.\, D\, \cos.\, L}{\sin.\, (L - D)} + \ldots$$

$$\left(\frac{2\,\sin.^4 \frac{1}{2} P}{\sin.\, 1''} \cdot \frac{\cos.\, D\, \cos.\, L}{\sin.\, (L - D)}\right)^2 \frac{\sin.\, 1''}{2\,\text{tang.}\, (L - D)} - \&c.$$

Il n'y a de variable, dans cette formule, que les facteurs $\left(\frac{2\,\sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin.\, 1''}\right)$ et $\frac{2\,\sin.^4 \frac{1}{2} P}{\sin.\, 1''}$.

Tout le reste peut être supposé constant pendant une série d'observations, quelque longue qu'on la fasse, à moins que l'astre observé ne soit la lune. On peut donc faire d'abord abstraction, dans le premier terme de la formule, du facteur $\frac{\cos.\, D\, \cos.\, L}{\sin.\, (L - D)}$, ou le supposer égal à l'unité, et ne considérer que la quantité variable

$\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''}$, et en construire une table dépendante seulement de l'angle horaire.

On prendra dans cette table les valeurs différentes de la variable pour chacune des observations; et multipliant ensuite la somme de ces valeurs par le facteur commun $\frac{\cos. D \cos. L}{\sin. (L - D)} = \frac{1}{\text{tang.}\, L - \text{tang.}\, D}$, on aura la correction entière, telle qu'on l'obtiendrait par une table particulière qui donnerait tout d'un coup le terme entier $\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P \cos. D \cos. L}{\sin. (L - D) \sin. 1''}$. Le second terme de la formule peut s'écrire ainsi, $\left(\frac{2 \sin.^4 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''}\right) \left(\frac{\cos. L \cos. D}{\sin. (L - D)}\right)^2$ cotang. $(L - D)$, où il n'y a de variable que le facteur $\frac{2 \sin.^4 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''}$, dont on pourra construire une table dépendante de l'angle horaire. On prendra dans cette table les valeurs différentes de la variable pour chacune des observations; et la somme de ces valeurs, multipliée par le facteur commun $\left(\frac{\cos. L \cos. D}{\sin. (L - D)}\right)^2$ cotang. $(L - D)$, donnera la correction toute entière relative au terme $\left(\frac{2 \sin.^4 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''}\right) \left(\frac{\cos. L \cos. D}{\sin. (L - D)}\right)^2$

cotang. $(L - D)$. On aura ainsi les deux termes de la valeur de x. Mais pour faciliter encore davantage l'évaluation de ces deux termes, on pourrait aussi réduire en table les deux facteurs $\frac{\cos. D \cos. L}{\sin. (L - D)}$, $\left(\frac{\cos. L \cos. D}{\sin. (L - D)}\right)^2$ cot. $(L - D)$, pour chaque latitude particulière sous laquelle on est dans le cas d'en avoir besoin.

Il est nécessaire de calculer les valeurs de $\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''}$ pour tous les angles horaires de seconde en seconde, au moins jusqu'à $16'$, afin qu'on puisse prendre dans la table les quantités à vue et sans aucune partie proportionnelle : il suffit de calculer, pour le même espace de temps, les valeurs de $\frac{2 \sin.^4 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''}$, de $10''$ en $10''$; on peut même, la plupart du temps, se passer de la table de ces valeurs, ainsi que de celle du facteur $\left(\frac{\cos. L \cos. D}{\sin. (L - D)}\right)^2$ cotang. $(L - D)$. En effet, pour que le produit résultant de ces deux facteurs soit sensible, il faut la réunion de deux circonstances; savoir, que la distance au zénith soit peu considérable et l'angle horaire assez grand : or, quand la distance au zénith est petite, on doit éviter les angles horaires un peu grands, parce que la plus petite erreur sur le temps de

l'observation aurait une influence très-sensible sur la réduction, et par conséquent sur la distance réduite. Il convient, par exemple, de cesser les observations, dès que la réduction augmente de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ de seconde pour une seconde de temps; et c'est ce qui arrive à quelques minutes du méridien, quand l'astre est fort élevé. Pour trouver le moment où, pour une seconde de temps, la réduction change de $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$, ou en général de $\frac{1}{n}$ seconde, on n'a qu'à faire

$$\frac{1}{n} = d\,x = d\left(\frac{2\,\text{sin.}^2\frac{1}{2}P\,\text{cos.}\,D\,\text{cos.}\,L}{\text{sin.}(L-D)}\right) = \frac{d\;P\;\text{sin.}\;P\,\text{cos.}\;L\;\text{cos.}\;D.}{\text{sin.}\,(L-D)};$$

d'où,

$$\text{sin.}\,P = \frac{d\,x}{d\,P}\cdot\frac{\text{sin.}(L-D)}{\text{cos.}\,L\,\text{cos.}\,D} = \frac{\text{sin.}\,(L-D)}{15\,n\,d\,t\,\text{cos.}\,L\,\text{cos.}\,D}$$

Si on suppose $n = 1$ et $d\,t = 1''$, c'est-à-dire, si on cherche le temps où $1''$ de temps change la réduction de $1''$ de degré, on aura

$\text{sin.}\,P = \frac{\text{sin.}\,(L-D)}{15\,\text{cos.}\,L\,\text{cos.}\,D}$; et comme P est ordinairement un petit angle, on peut le supposer proportionnel à son sinus, et dire que P décroît comme la fraction $\frac{1}{n}$. Il serait utile de calculer sur cette formule, pour différentes latitudes, des tables où l'on pût voir jusqu'où les observations peuvent être prolongées dans les différens cas.

Le C.en Delambre a donné, dans la Connaissance des temps de l'an 12, deux tables des facteurs $\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''}$ et $\frac{2 \sin.^4 \frac{1}{2} P}{\sin. 1''}$, calculées de seconde en seconde pour le premier, et de 10″ en 10″ pour le second, et qui s'étendent jusqu'à 16′ de temps. Il s'y trouve pareillement des tables des facteurs $\frac{\cos. L \cos. D}{\sin. (L - D)}$ et $\left(\frac{\cos. L \cos. D}{\sin. (L - D)}\right)^2$ cotang. $(L - D)$ pour la latitude de 48° 51′, qui peuvent servir dans les différens observatoires de Paris. Il y a joint une table pour trouver l'angle horaire qui a lieu sous cette latitude, lorsque la réduction varie d'une seconde de degré à chaque seconde de temps. Cette table est calculée sur la formule

$$P = \frac{\sin (L - D)}{15 \cos. L \cos. D}.$$

On y voit, par exemple, que pour 30° de déclinaison boréale, l'angle horaire est de 8′ 7″; d'où l'on peut conclure que vers $4'\frac{1}{3}$ avant et après le passage au méridien, on aurait 0″,5 d'erreur sur la réduction, pour une erreur de 1″ sur le temps de l'observation; que vers 3′ l'erreur serait de $\frac{1}{3}$ de seconde. Il serait donc fort peu sûr d'observer à cette déclinaison, lorsque l'angle horaire surpasse cinq minutes. Or, à cinq minutes, le

second terme est 0″,006 × 9,1 (*voyez* les tables ci-après), c'est-à-dire, 0″,054, quantité insensible.

A 20° de déclinaison, on trouve l'angle horaire 11′,9 : on ne peut donc guère commencer les observations que 6′ à 7′ avant le passage ; et, dans ce cas, le second terme sera 0,012×3,0=0″,036.

On voit donc que le second terme de la réduction peut se négliger jusqu'à 30° de déclinaison boréale : mais, passé cette hauteur, l'usage du cercle de Borda n'est peut-être pas assez sûr, parce que 10′ d'inclinaison dans le plan produiraient une erreur de 2″,53, et 5′ une erreur de 0″,64.

Les étoiles qui ne sont qu'à 20° du pôle, peuvent s'observer à Paris dans leurs passages tant inférieurs que supérieurs, sans que le second terme négligé produise jamais d'erreur sensible jusqu'à 16′ du méridien : c'est ce qui sera démontré tout-à-l'heure.

Tel est donc l'usage de la table V ; elle fait voir la durée que l'on peut donner aux séries d'observations. A 30° de déclinaison boréale, elle donne 8′,7, c'est-à-dire que la série peut durer environ 9, quatre et demie avant le passage, et autant après. A 40° de déclinaison australe, on trouve 30′, c'est-à-dire qu'on peut commencer 15′ avant le passage, et finir 15′ après ce même passage ; et ainsi des autres.

Donnons maintenant un exemple des tables I, II, III, IV, qui se trouveront plus bas.

Supposons qu'on ait les vingt-deux angles horaires qu'on voit dans le type du calcul qui se trouvera à la suite des tables. Avec ces angles, on prendra, tables I et III, les quarante-quatre nombres qu'on voit en deux colonnes à côté des angles horaires. La somme de la première colonne est, dans notre exemple, 4324″,5; on lui donnera le signe —, excepté dans les passages observés au-dessous du pôle : on fera également la somme de la seconde colonne, qui est ici 3″,33, et on lui donnera toujours le signe +.

On cherchera les logarithmes des deux sommes, et on les écrira séparément; au-dessous de chacun de ces deux logarithmes, on écrira le complément arithmétique du nombre des observations, qui est ici 22.

Jusqu'ici, rien ne dépend ni de la latitude ni de la déclinaison; l'opération est toujours la même; elle n'emploie que les angles horaires, et le nombre des observations. Pour achever le calcul, supposons 48° 41′ de latitude, et 33° 24′ de déclinaison australe. Avec 33°.24′ ou 33°,4 de déclinaison australe, je cherche, table II, la valeur du facteur $\frac{\cos. D \cos. L}{\sin. (L - D)}$ que j'appelle *F*,

et je trouve 0,5544 ; et dans la table IV, la valeur du facteur $\left(\frac{\cos. L \cos. D}{\sin. (L - D)}\right)^2$ cotang. $(L - D)$, que je désigne par f. Je trouve ce facteur égal à 0,043. Je porte le logarithme de F dans mon premier calcul, et celui de f dans le second : je fais les deux sommes qui sont ici les logarithmes de 108″,58 et de 0,0065 : ainsi la réduction sera $= - 108'',98 + 0,0065$ $= - 108'',97 = - 1'48'',97$.

On voit que le second terme est insensible : cependant la quantité $+ 3'',33$ est une sorte de *maximum ;* divisée par le nombre des observations, elle devient 0″,1514 : elle sera donc négligeable, tant que f ne passera pas l'unité. En jetant les yeux sur la table, on voit qu'au-dessous du pôle, 0,1514 f ne peut passer 0,067 ; que même au-dessus du pôle, depuis 90° jusqu'à 69° de déclinaison, le second terme ne va pas jusqu'à 0″,2. On peut donc le négliger du côté du nord, depuis l'horizon jusqu'à 20 de distance au zénith.

Du côté du midi, jusqu'à 41° de hauteur, c'est-à-dire, tant que la déclinaison est australe, le second terme ne peut guère passer 0″,1 : à 10° de déclinaison boréale, il est de 0″,2 au plus ; il serait même insensible, si, au lieu d'observer

pendant 32, on se réduisait à 15′, comme le prescrit la table V, ou même à 20′; car il est bon de remarquer que les $\frac{3'',33}{22}$ se réduiraient à $\frac{2'',18}{20} = 0'',109$, si l'on supprimait les deux observations extrêmes; à $\frac{1,29}{18} = \frac{0,645}{9} = 0'',072$, si l'on supprimait les quatre extrêmes. En continuant cet examen, on verra que l'usage des tables II et IV sera peu fréquent. Au reste, l'opération n'en serait pas plus embarrassante et presque pas plus longue.

Il serait aisé, au moyen des tables générales dont on vient de voir la construction, de calculer, pour chaque astre et chaque latitude, des tables particulières; mais on peut bien s'épargner cette peine, attendu que l'usage des tables générales, sur-tout lorsqu'on est dans le cas de pouvoir négliger le second terme de la réduction, ce qui a presque toujours lieu, est aussi facile et aussi simple que l'emploi des tables particulières.

La correction ou réduction qu'on obtient, au moyen soit d'une table particulière, soit de tables générales, étant appliquée à la distance apparente au zénith de l'astre observé, donne la distance

distance méridienne vraie, ou telle qu'on l'aurait obtenue, si l'observation se fût faite dans le méridien même.

Il faut ajouter ensuite la réfraction moyenne et la correction due à la hauteur du baromètre et du thermomètre; enfin, la distance de l'étoile au pôle. La somme sera la distance vraie du pôle au zénith; le complément à 90° sera la latitude cherchée.

Dans un passage inférieur, la réduction est additive, et la distance polaire soustractive.

L'erreur que l'on pourrait commettre sur la déclinaison, affecterait également la latitude; pour l'éviter, on devra, toutes les fois que cela sera possible, observer les deux passages d'une même étoile dans la même nuit. Si l'on n'a pas fait une supposition exacte pour la déclinaison, les deux latitudes ne seront point égales : elles différeront du double de la correction de la déclinaison, et la demi-somme des deux sera la latitude vraie.

Il est difficile de répondre de 2 à 3″ dans la verticalité de l'instrument, quand on prend les distances au zénith : il en résulte une diminution (1) dans ces distances, qui est égale à

(1) En les supposant plus petites que 90°.

2 sin. $\frac{1}{2} I$ cot. D ; I est l'inclinaison du cercle, et D la distance au zénith.

On voit que l'erreur augmentera à mesure que D diminuera. Il ne serait donc pas sûr d'observer des étoiles très-près du zénith ; il vaut mieux en prendre de plus voisines du pôle.

Pour ζ de la grande Ourse et la Chèvre à 4° du zénith, l'erreur serait de 3″ pour 5′ d'inclinaison.

Pour l'étoile polaire à 37° du zénith, elle ne serait que de 0″,29 aussi pour 5′ d'inclinaison.

Dans les observations au nord, l'inclinaison augmente la latitude ; elle la diminue dans les observations au midi.

A moins qu'une étoile ne soit très-brillante, comme de la première grandeur, il est presque impossible de l'observer à la croisée des fils ; on est obligé de l'observer à quelque distance. Il est bien difficile aussi de placer exactement le fil dans une situation horizontale.

L'erreur qui provient de l'observation faite à quelque distance du fil vertical, est semblable à celle que produit l'inclinaison du cercle ; mais elle est de mêmes signes si l'on observe au midi, et de signes contraires si l'on observe au nord. Ce qu'il y a de mieux à faire, c'est d'observer l'étoile au même point physique dans la lunette et au plus près des fils.

Des Observations azimutales.

Pour orienter un réseau de triangles, il faut connaître l'azimut de l'un des côtés, ou son inclinaison sur le méridien : on peut trouver ensuite, par le calcul, les azimuts de tous les autres côtés.

Les observations d'azimuts se font en prenant la distance entre un astre et un objet terrestre. Supposons que MR (*fig. 16*) soit l'intersection du méridien avec l'horizon du lieu M, que MS soit l'intersection du même horizon avec le vertical du soleil, on pourra calculer l'angle SMR; et si l'on observe l'angle SMD entre le soleil et un objet terrestre D, on connaîtra l'angle DMR, ou l'inclinaison du côté DM, sur le méridien de M.

On peut, au lieu du soleil, employer une étoile : mais alors il faut établir un feu à l'objet qu'on veut comparer avec l'astre ; et cela est moins commode.

C'est ordinairement lorsque le soleil est près de l'horizon, qu'on observe les azimuts. Il faut, autant qu'il est possible, comparer l'objet terrestre avec le soleil levant et le soleil couchant ; par-là on rendra le résultat moyen indépendant des erreurs produites par celles de la déclinaison de l'astre, de la latitude et de la pendule. Les cercles

répétiteurs ne donnent pas la distance simple de l'astre à l'objet terrestre; on ne peut l'obtenir tout au plus que de deux en deux : mais comme le mouvement de l'astre, par rapport au signal, peut être considéré comme uniforme pendant de petits intervalles de temps, on peut diviser l'arc parcouru, par le nombre des observations; et l'arc moyen qui en résulte, est sensiblement la distance du soleil au signal, pour l'instant moyen entre ceux de toutes les observations.

Pour avoir la distance entre l'objet terrestre et le centre du soleil, sans avoir égard à son diamètre, on dirigera alternativement le fil vertical des lunettes sur le bord oriental et occidental du soleil. Si, par exemple, l'objet terrestre est à droite du soleil, après que la lunette supérieure aura été fixée sur l'objet, on amenera le fil vertical de la lunette inférieure sur le bord qui paraît à droite dans la lunette; et quand on aura dirigé l'inférieure sur l'objet terrestre, on ramenera la supérieure sur le bord qui paraît à gauche dans cette lunette; on continuera les observations de la même manière, et la distance finale sera celle du centre du soleil à l'objet terrestre.

Le temps, ou l'angle horaire de l'astre, est un des élémens essentiels du calcul : une seconde d'erreur sur le temps vrai en produirait plusieurs

sur l'azimut ; il faut donc bien connaître la marche de sa pendule, prendre des hauteurs correspondantes le jour de l'observation, les répéter le lendemain, pour avoir exactement le temps vrai au moment de l'observation. On fera bien encore de répéter les mêmes azimuts plusieurs jours de suite, afin d'atténuer les erreurs qu'on pourrait commettre sur la distance mesurée et sur le temps.

Soit maintenant $NPZM$ (*fig. 17*) le méridien, N le point nord de l'horizon, P le pôle, Z le zénith, S le lieu vrai du soleil, S' le lieu apparent, G l'objet terrestre ; la pendule donnera, pour l'instant de l'observation, l'angle horaire $ZPS = P$. On connaîtra de plus PS, complément de la déclinaison de l'astre $= C$; et PZ, complément de la latitude $= H$: on aura donc, dans le triangle ZPS :

$$\cos. ZS \text{ ou } \cos. B = \cos. P \sin. H \sin. C + \cos. H \cos. C ;$$

c'est la distance vraie du soleil au zénith ; et

$$\sin. PZS, \text{ ou } \sin. Z = \frac{\sin. P \sin. C}{\sin. B}.$$ L'angle Z est l'azimut du soleil compté depuis le nord.

Soit r la réfraction, et p la parallaxe de hauteur ; on aura $ZS' = B' = B - r + p$: alors, dans le triangle ZGS', on connaîtra $ZS' =$ distance apparente du soleil au zénith ; ZG, distance

apparente de l'objet terrestre au zénith ; et GS', distance observée : si l'on fait $S'G = D$ et $ZG = A$, et si l'on prend $R = \frac{A + B' + D}{2} - A$ et $R' = \frac{A + B' + D}{2} - B'$, on aura $\sin.^2 \frac{1}{2} GZS'$, ou $\sin.^2 \frac{1}{2} Z' = \frac{\sin. R \sin. R'}{\sin. A \sin. B'}$.

Mais cet angle Z' a besoin d'une correction pour la réduction au centre. Si l'instrument n'est pas placé au centre, on se servira, pour cette réduction, de la formule donnée *(page 79)*; et il faut remarquer, à cet égard, que la correction se réduit toujours à un seul terme, parce que la distance à l'astre qui est au dénominateur de l'autre terme, est comme infinie par rapport à la distance au centre de la station. Ainsi, si l'astre est à gauche de l'objet terrestre, la correction se réduit à $+ \frac{r \sin. (O + y)}{D \sin. 1''}$; et si l'astre est à droite de l'objet terrestre, la correction sera $- \frac{r \sin. y}{G \sin. 1''}$.

EXEMPLE.

Supposons que, le jour du 4 thermidor an 6, on ait pris la distance entre le soleil et un objet terrestre.

Le baromètre marquait 28 pouces 4 lignes ; et le thermomètre de Réaumur, 26°.

L'arc parcouru, divisé par le nombre des observations, a donné 67° 19 34 ,7 = *D*, pour la distance entre l'objet et le centre du soleil.

L'instant moyen entre ceux de toutes les observations donnés par la pendule, était 6^h 36 44"; les hauteurs correspondantes prises le matin ont donné 0^h 3' 36' pour le midi vrai; celles prises le lendemain ont donné 0^h 4' 27 pour le midi vrai : de sorte que la pendule avait avancé de 51" en 24 heures.

Pour réduire en temps vrai l'instant de l'observation, on ôtera 3' 36" de 6^h 36 44"; le reste 6^h 33' 8" sera le temps écoulé sur la pendule depuis midi jusqu'au moment de l'observation. Pour trouver maintenant de combien la pendule avançait à 6^h 33' 8", on fera la proportion 24^h 0' 51"' : 51" :: 6^h 33' 8" : 13 ,9; lesquelles ôtées de 6^h 33 8", il reste 6^h 32 54" ,1 pour le temps vrai de l'observation.

La déclinaison du soleil était le 4 thermidor à 6^h 32 54" = 19° 57' 22" ,5 boréale; ainsi *PS* = *C* = 70° 2' 37 ,5.

La latitude du lieu = 42° 8' 32"; ainsi *H* = 47° 51' 28";

Et la distance de l'objet terrestre au zénith = 90° 21' 10";

6^h 32' 54",1 = 3^s 8° 13' 31",5 = l'ang. hor. = *P*.

Si l'observation eût été faite le matin, cette quantité serait le supplément de l'angle horaire, qui serait par conséquent $2^s\,21^\circ\,46'\,28'',5 = -P$, à moins qu'on ne comptât les angles horaires d'un midi à l'autre, depuis 0 jusqu'à 360°; alors on aurait $P = 8^s\,21^\circ\,46'\,28'',5$.

Type du calcul.

log. cos. P. . — 9,1555425.	
log. sin. H. . . 9,8701003.	log. cos. H. . . 9,8267052.
log. sin. C. . . 9,9731064.	log. cos. C. . . 9,5331395.
— 0,0997124. . . 8,9987492.	+ 0,2290048. . . 9,3598447.
+ 0,2290048.	
— 0,0997124.	
+ 0,1292924. log. cos. B = 9,1115729 :	

donc $B = 82^\circ\,34'\,12'',7$ = distance vraie du soleil au zénith. B serait plus grand que 90°, si cos. B était négatif.

compl. log: sin. B. . . .	0,0036617
log. sin. P.	9,9955092
log. sin. C.	9,9731064

log. sin. PZS ou sin. Z = 9,9722773 : donc $Z = 69^\circ\,44'\,41'',8$ = azimut du soleil compté du nord à l'occident.

Cette solution ne fait pas connaître si Z est plus petit ou plus grand que 90°; car le sinus est le même dans les deux cas. Il est rare qu'on ne sache pas d'avance de quelle nature est l'angle Z;

mais il est aisé de lever le doute. L'angle PZS est de 180° à midi, et il va toujours en diminuant à mesure que le soleil s'approche du couchant ; et l'on peut déterminer l'instant où cet angle est de 90° juste, en considérant le triangle ZPS comme rectangle en Z ; car si, dans ce triangle, on calcule l'angle horaire P, on saura à quel instant l'angle Z était de 90°, et l'on saura s'il était aigu ou obtus au moment de l'observation. Si l'on fait le calcul dans notre exemple, on trouvera l'angle horaire P plus petit que $3^{sig.}21°$, &c. quand l'angle Z était de 90° : il était donc plus petit que 90° à l'instant de l'observation, ainsi que nous le faisons,

B = ...	69° 44′ 41″,8.
Réfraction pour cette hauteur, table......	— 2′ 32″,3.
Correction de température............	+ 0 12″,2.
Parallaxe du soleil, le 4 thermidor, à 20° $\frac{1}{4}$ de hauteur......................	+ 0 8″,2.
B' = hauteur apparente du soleil.......	69° 42′ 29″,9

A... 90° 21′ 10″.
B'... 62 42 29 ,9.
D... 67 19 34 ,7.

$(A+B'+D)$ = 227° 23′ 14″,6.
$\frac{1}{2}(A+B'+D)$ = 113 41 37 ,3. — 113° 41′ 37″,3.
A = 90 21 10. — B' = 69 42 29 ,3.

R = 23° 20′ 27″,3. — R' = 43° 59′ 8″,0.

compl. log. sin.	A.....	0,0000082.
compl. log. sin.	B'.....	0,0278253.
log. sin.	R.....	9,5979159.
log. sin.	R'....	9,8416578.
log. sin.² $\frac{1}{2}$	Z'....	19,4674072.
log. sin. $\frac{1}{2}$	Z'....	9,7337036.

donc $\frac{1}{2} Z' = 32° 47' 41'',1$, et $Z' = 65° 35' 22'',2$.

Ainsi la distance de l'objet terrestre au centre du soleil, comptée sur l'horizon, $= 65° 35' 22,2$, qu'il faudrait encore réduire au centre de la station, s'il y avait lieu.

Soit O (*fig. 18*) le lieu de l'observation, N le point nord de l'horizon, et M celui du midi, S le soleil, et G l'objet terrestre; alors $SON = Z$ et $SOG = Z'$, on aura $MOG =$ l'azimut compté du midi $= 180° - (Z + Z)$. Ainsi l'azimut serait, dans notre exemple, $= 180° - (69° 44' 41'',8 + 65° 35' 22'',2) = 44° 39' 56''$, et G est à l'occident de M : si $(Z + Z)$ surpassait $180°$, G serait à l'orient de M, et on aurait alors $MOG = (Z + Z') - 180°$; ce serait le contraire, si l'azimut avait été observé le matin. Voilà pour le cas où l'objet est à gauche de l'astre.

Si l'objet terrestre était G', on aurait alors $NOG' = NOS - SOG' = (Z - Z)$; ce serait l'azimut compté du nord et du côté de l'occident : et si l'on avait $Z' > Z$, NOG' serait $(Z' - Z) =$ azimut compté du nord en allant

vers l'orient; ce serait le contraire pour le matin. Voilà pour le cas où l'objet est à droite de l'astre.

Les élémens du calcul des observations azimutales seraient les mêmes, si l'on employait une étoile au lieu du soleil. Il faudrait connaître la déclinaison de l'étoile qu'on aura choisie, corrigée de l'aberration et de la nutation, ainsi que son ascension droite, également corrigée; la comparaison de l'instant de l'observation avec celui de son passage au méridien, donnera l'angle horaire P : le calcul se fera comme dans l'exemple; il n'y aura pas de parallaxe à ajouter à la hauteur vraie, pour avoir la hauteur apparente.

L'observation d'azimut, qui doit servir à orienter tous les côtés de la chaîne, doit se faire à-peu-près au centre du réseau, et dans un lieu dont on a déterminé exactement la latitude; on prend ensuite, aux extrémités de la chaîne, et particulièrement dans la direction du méridien du premier lieu, des azimuts de vérification, qui doivent s'accorder, à fort peu près, avec les azimuts calculés.

On ne saurait trop apporter d'attention dans les observations azimutales; elles exigent beaucoup de précision et d'habitude dans les observateurs: on fera donc bien de s'y exercer quelques jours d'avance.

Mesure des Bases.

On ne trouve pas par-tout des terrains commodes pour la mesure des grandes bases. En effet, on rencontre rarement, dans les plus belles plaines même, une étendue en ligne droite de plusieurs lieues, sans obstacles, sans inégalités sensibles, et dont les deux extrémités puissent être vues l'une de l'autre.

Les plus longues bases qu'on ait encore mesurées, ne passent pas six à sept mille toises; celle qu'on a mesurée dernièrement en Bavière, est de 11107 toises : mais il est rare qu'on puisse en obtenir d'aussi longues; et d'ailleurs la plus grande longueur n'est pas la seule condition du problème; car il faut encore qu'elles soient bien liées, au moins à deux des sommets de la chaîne des triangles.

Il conviendrait que les bases fussent liées aux sommets de la chaîne par des triangles équilatéraux; mais cela n'arrive pas ordinairement, parce qu'on ne peut avoir de bases assez longues : alors il faudrait qu'étant les plus longues possibles, elles fussent situées de manière à donner des triangles isocèles pour leur liaison, ou à-peu-près isocèles.

On voit donc quelles sont les conditions à

remplir pour le choix des bases. C'est ordinairement sur les bords de la mer, sur ceux des rivières qui ont peu de pente, sur les marais praticables, sur les routes, qu'on peut trouver des emplacemens convenables : souvent des obstacles obligent de dévier un peu de la ligne droite; alors la base est formée de deux lignes, qui font entre elles un angle fort approchant de 180°; on réduit ensuite cette base brisée à la ligne droite.

On a varié les procédés pour la mesure des grandes bases, soit en mesurant sur la terre, soit en mesurant sur un pont élevé au-dessus du terrain, soit en suivant une ligne horizontale, soit en suivant l'inclinaison du terrain, quand elle est uniforme, pour réduire ensuite à l'horizontale : cette dernière méthode, quand on peut l'employer, est préférable à la première, parce qu'on évite les petites erreurs qui résultent nécessairement du changement de niveau.

Dans tous les cas, on doit chercher la commodité et l'exactitude; car on ne saurait actuellement apporter trop de précision dans cette opération, qui doit répondre à celle que donne l'instrument employé à la mesure des angles.

Quand on se détermine à mesurer par terre, il faut faire niveler et aplanir le terrain; et cette

opération n'est pas toujours praticable. Pour tracer la direction de la base, on se sert de jalons, qu'on fait planter de distance en distance. Le meilleur instrument qu'on pourrait employer pour déterminer leur place, serait un instrument *des passages;* mais on peut très-bien y suppléer par tout autre. On ne laisse pas subsister ces jalons pendant l'opération, parce qu'ils courraient risque d'être enlevés; on se contente d'enfoncer un piquet de bois à leur place, et on substitue un jalon à ces piquets à mesure qu'on avance.

On a employé des verges de diverses matières. Les Anglais ont fait usage de verges de verre pour la mesure de la base d'Hounslow-heath. On a employé des verges en bois de sapin, des verges de fer, et des verges de platine, pour les deux bases qui ont servi à la détermination de l'arc du méridien pour la fixation du *mètre.*

Les verges de bois de sapin paraissent être les moins exactes de toutes, à cause de leurs variations hygrométriques : cependant, si l'on avait la précaution de les faire bouillir long-temps dans une matière grasse, et de les faire recouvrir d'une épaisse couche de couleur à l'huile, on les rendrait insensibles aux différens états d'humidité de l'air, et alors elles deviendraient aussi bonnes

que des verges de métal et beaucoup plus commodes à cause de leur légéreté ; on peut ajouter même qu'elles se dilatent beaucoup moins par la chaleur que les verges de métal, et qu'en cela elles leur sont préférables. Une attention qu'il est bon d'avoir, c'est de les faire arc-bouter, afin qu'elles ne se courbent pas.

On emploie ordinairement trois, quatre ou cinq verges. On peut les mettre en contact, ou ne les pas faire toucher comme on l'a dernièrement pratiqué en France, pour éviter le recul que peut produire une verge quand on la met en contact avec une déjà placée ; alors il faut mesurer avec un vernier l'espace qui se trouve entre elles : mais on peut être assuré qu'il ne résulte aucun recul du contact d'une verge qui vient s'appuyer doucement contre trois ou quatre, qui forment une grande résistance.

L'opération peut-être la plus importante, c'est de déterminer exactement en mesures communes la longueur totale des verges qu'on emploie quand elles sont mises bout à bout, et qu'on appelle *portées.* On pourrait pour cela construire un étalon sur le terrain même, comme cela a été fait en Bavière.

Une des premières attentions qu'on doit avoir dans la mesure des bases, c'est de ne pas se

tromper en comptant les portées : on emploie pour cela un long cordeau qu'on fait d'un certain nombre de portées ; on s'en sert pour placer, à fur et à mesure qu'on avance, des jalons qui indiquent le nombre de portées qu'on a parcourues.

Lorsqu'on emploie des verges de bois ou de métal, il est nécessaire de tenir un état des variations du thermomètre, afin de pouvoir ensuite ramener toute la longueur de la base à une température unique.

TABLE

POUR

RÉDUIRE LES ANGLES D'UN PLAN

A UN AUTRE PLAN.

Digitized by Google

TABLE I.

Pour réduire à l'horizon un angle observé dans un plan incliné, prenez dans cette Table un nombre avec l'argument (H + h), *et puis un second nombre avec l'argument* (H — h).

Pour réduire l'angle horizontal ou sphérique à l'angle des cordes, prenez dans la même Table un premier nombre avec l'argument (P + Q), *et un second nombre avec l'argument* (P — Q).

Argumens *(H ± h), (P ± Q).*

M.	0°.	1°.	2°.	3.°	4.°
1	0,000	0,787	3,097	6,928	12,281
2	0,001	0,813	3,148	7,005	12,383
3	0,002	0,839	3,200	7,082	12,486
4	0,003	0,866	3,252	7,160	12,589
5	0,005	0,893	3,305	7,237	12,692
6	0,007	0,921	3,358	7,316	12,796
7	0,010	0,949	3,411	7,395	12,900
8	0,013	0,978	3,465	7,475	13,005
9	0,017	1,007	3,520	7,554	13,110
10	0,021	1,036	3,575	7,634	13,215
11	0,026	1,066	3,630	7,715	13,321
12	0,030	1,096	3,685	7,796	13,428
13	0,036	1,127	3,741	7,877	13,534
14	0,041	1,158	3,798	7,959	13,641
15	0,047	1,190	3,855	8,041	13,749
16	0,054	1,222	3,912	8,124	13,857
17	0,061	1,254	3,970	8,207	13,965
18	0,068	1,287	4,028	8,291	14,074
19	0,076	1,320	4,086	8,375	14,184
20	0,084	1,354	4,145	8,459	14,293
21	0,093	1,388	4,205	8,544	14,403
22	0,102	1,422	4,265	8,629	14,514
23	0,112	1,457	4,325	8,715	14,625
24	0,122	1,492	4,386	8,801	14,736
25	0,132	1,528	4,447	8,887	14,848

M.	0°.	1°.	2°.	3°.	4°.
26	0,143	1,564	4,508	8,974	14,960
27	0,154	1,601	4,570	9,061	15,073
28	0,166	1,638	4,633	9,149	15,186
29	0,178	1,675	4,695	9,237	15,300
30	0,190	1,713	4,759	9,326	15,413
31	0,203	1,751	4,822	9,415	15,528
32	0,217	1,790	4,886	9,504	15,642
33	0,230	1,829	4,951	9,594	15,757
34	0,244	1,869	5,016	9,684	15,873
35	0,259	1,909	5,081	9,775	15,989
36	0,274	1,949	5,147	9,866	16,105
37	0,289	1,990	5,213	9,958	16,222
38	0,305	2,031	5,280	10,050	16,340
39	0,321	2,073	5,347	10,142	16,457
40	0,338	2,115	5,414	10,235	16,575
41	0,335	2,158	5,482	10,328	16,694
42	0,373	2,200	5,550	10,422	16,813
43	0,391	2,244	5,619	10,516	16,932
44	0,409	2,288	5,688	10,610	17,052
45	0,428	2,332	5,758	10,705	17,172
46	0,446	2,376	5,828	10,800	17,293
47	0,467	2,421	5,899	10,896	17,414
48	0,487	2,467	5,970	10,992	17,535
49	0,508	2,513	6,041	11,089	17,657
50	0,529	2,559	6,112	11,186	17,780
51	0,550	2,606	6,184	11,283	17,903
52	0,572	2,653	6,257	11,381	18,026
53	0,594	2,701	6,330	11,480	18,150
54	0,617	2,749	6,403	11,578	18,274
55	0,640	2,797	6,477	11,677	18,398
56	0,663	2,846	6,551	11,777	18,523
57	0,687	2,895	6,626	11,877	18,648
58	0,711	2,945	6,701	11,977	18,774
59	0,736	2,995	6,776	12,078	18,900
60	0,761	3,046	6,852	12,179	19,026

TABLE II.

Pour réduire à l'horizon, le nombre Tangente est positif, et le nombre Cotangente négatif. C'est le contraire pour l'angle des cordes.

Argument, Angle à réduire.

Angl. D. M.	Tang.	Cotang.		Angl. D. M.	Tang.	Cotang.	
	″	″			″	″	
0 0	0,00	∞	180 0	4 0	0,72	590,68	176 0
10	0,03	14181, 5	50	10	0,75	567,02	50
20	0,06	7090, 8	40	20	0,78	545,19	40
30	0,09	4727, 2	30	30	0,81	524,98	30
40	0,12	3545, 4	20	40	0,84	506,21	20
50	0,15	2836, 3	10	50	0,87	488,74	10
1 0	0,18	2363, 3	179 0	5 0	0,90	472,44	175 0
10	0,21	2025, 9	50	10	0,93	457,57	50
20	0,24	1772, 6	40	20	0,96	442,86	40
30	0,27	1575, 7	30	30	0,99	429,42	30
40	0,30	1418, 1	20	40	1,02	416,77	20
50	0,33	1289, 1	10	50	1,05	404,84	10
2 0	0,36	1181, 7	178 0	6 0	1,08	393,58	174 0
10	0,39	1090,80	50	10	1,11	382,92	50
20	0,42	1012,80	40	20	1,14	372,83	40
30	0,45	945,30	30	30	1,17	363,24	30
40	0,48	886,20	20	40	1,20	354,14	20
50	0,51	834,05	10	50	1,23	345,49	10
3 0	0,54	787,70	177 0	7 0	1,26	337,24	173 0
10	0,57	746,22	50	10	1,29	329,38	50
20	0,60	708,89	40	20	1,32	321,87	40
30	0,63	675,11	30	30	1,35	314,70	30
40	0,66	544,40	20	40	1,38	307,84	20
50	0,69	616,37	10	50	1,41	301,27	10
4 0	0,72	590,68	176 0	8 0	1,44	294,98	172 0
	Cot.	Tang.	D. M. Angle.		Cot.	Tang.	D. M. Angle.

Angl. D. M.	Tang.	Cotang.		Angl. D. M.	Tang.	Cotang.	
	"	"			"	"	
8 0	1,44	294,98	172 0	14 0	2,53	167,99	166 0
10	1,47	288,93	50	10	2,56	165,99	50
20	1,50	283,14	40	20	2,60	164,04	40
30	1,53	277,56	30	30	2,63	162,14	30
40	1,56	272,20	20	40	2,66	160,27	20
50	1,59	267,05	10	50	2,69	158,45	10
9 0	1,62	262,09	171 0	15 0	2,72	156,68	165 0
10	1,65	257,30	50	10	2,75	154,93	50
20	1,68	252,68	40	20	2,78	153,23	40
30	1,71	[illegible]8,23	30	30	2,81	151,56	30
40	1,74	243,93	20	40	2,84	149,93	20
50	1,77	239,78	10	50	2,87	148,33	10
10 0	1,80	235,77	170 0	16 0	2,90	146,77	164 0
10	1,83	231,88	50	10	2,93	145,23	50
20	1,86	228,12	40	20	2,96	143,72	40
30	1,90	224,47	30	30	2,99	142,26	30
40	1,93	220,95	20	40	3,02	140,82	20
50	1,96	217,52	10	50	3,05	139,40	10
11 0	1,99	214,22	169 0	17 0	3,08	138,02	163 0
10	2,02	211,00	50	10	3,11	136,66	50
20	2,05	207,87	40	20	3,14	135,32	40
30	2,08	204,84	30	30	3,18	134,01	30
40	2,11	201,90	20	40	3,21	132,73	20
50	2,14	199,03	10	50	3,24	131,47	10
12 0	2,17	196,25	168 0	18 0	3,27	130,23	162 0
10	2,20	193,54	50	10	3,30	129,02	50
20	2,23	190,90	40	20	3,33	127,82	40
30	2,26	188,34	30	30	3,36	126,65	30
40	2,29	185,84	20	40	3,39	125,50	20
50	2,32	183,40	10	50	3,42	124,37	10
13 0	2,35	181,04	167 0	19 0	3,45	123,26	161 0
10	2,38	178,72	50	10	3,48	122,17	50
20	2,41	176,37	40	20	3,51	121,09	40
30	2,44	174,27	30	30	3,55	120,04	30
40	2,47	172,12	20	40	3,58	119,00	20
50	2,50	170,03	10	50	3,61	117,98	10
14 0	2,53	167,99	166 0	20 0	3,64	116,98	160 0
	Cot.	Tang.	D. M. Angle.		Cot.	Tang.	D. M. Angle.

Angl. D. M.	Tang.	Cotang.		Angle. D. M.	Tang.	Cotang.	
	″	″			″	″	
20 0	3,64	116,98	160 0	26 0	4,76	89,35	154 0
10	3,67	115,99	50	10	4,79	88,75	50
20	3,70	115,02	40	20	4,82	88,17	40
30	3,73	114,07	30	30	4,86	87,60	30
40	3,76	113,13	20	40	4,89	87,03	20
50	3,79	112,20	10	50	4,92	86,58	10
21 0	3,82	111,29	159 0	27 0	4,95	85,92	153 0
10	3,85	110,39	50	10	4,98	85,37	50
20	3,88	109,51	40	20	5,02	84,83	40
30	3,92	108,64	30	30	5,05	84,30	30
40	3,95	107,79	20	40	5,08	83,77	20
50	3,98	106,94	10	50	5,11	83,25	10
22 0	4,01	106,11	158 0	28 0	5,14	82,74	152 0
10	4,04	105,30	50	10	5,17	82,22	50
20	4,07	104,49	40	20	5,21	81,71	40
30	4,11	103,70	30	30	5,24	81,12	30
40	4,14	102,91	20	40	5,27	80,73	20
50	4,17	102,14	10	50	5,30	80,24	10
23 0	4,20	101,38	157 0	29 0	5,33	79,76	151 0
10	4,23	100,63	50	10	5,36	79,28	50
20	4,26	99,89	40	20	5,40	78,81	40
30	4,29	99,17	30	30	5,43	78,34	30
40	4,32	98,44	20	40	5,46	77,89	20
50	4,35	97,74	10	50	5,49	77,43	10
24 0	4,38	97,04	156 0	30 0	5,53	76,98	150 0
10	4,41	96,35	50	10	5,56	76,53	50
20	4,45	95,67	40	20	5,59	76,09	40
30	4,48	95,00	30	30	5,62	75,66	30
40	4,51	94,34	20	40	5,66	75,23	20
50	4,54	93,68	10	50	5,69	74,70	10
25 0	4,57	93,04	155 0	31 0	5,72	74,38	149 0
10	4,60	92,40	50	10	5,75	73,96	50
20	4,63	91,77	40	20	5,78	73,55	40
30	4,67	91,16	30	30	5,82	73,14	30
40	4,70	90,54	20	40	5,85	72,73	20
50	4,73	89,94	10	50	5,88	72,33	10
26 0	4,76	89,35	154 0	32 0	5,91	71,93	148 0
	Cot.	Tang.	D.M. Angle.		Cot.	Tang.	D. M. Angle.

Angl. D. M.	Tang.	Cotang.		Angl. D. M.	Tang.	Cotang.	
	″	″			″	″	
32 0	5,91	71,93	148 0	38 0	7,10	59,90	142 0
10	5,94	71,54	50	10	7,13	59,62	50
20	5,98	71,15	40	20	7,17	59,34	40
30	6,01	70,77	30	30	7,21	59,06	30
40	6,04	70,39	20	40	7,24	58,79	20
50	6,07	70,01	10	50	7,27	58,52	10
33 0	6,11	69,63	147 0	39 0	7,30	58,25	141 0
10	6,14	69,26	50	10	7,33	57,98	50
20	6,18	68,90	40	20	7,37	57,71	40
30	6,21	68,54	30	30	7,40	57,45	30
40	6,24	68,16	20	40	7,44	57,19	20
50	6,27	67,82	10	50	7,47	56,93	10
34 0	6,31	67,47	146 0	40 0	7,51	56,67	140 0
10	6,34	67,12	50	10	7,54	56,42	50
20	6,37	66,77	40	20	7,57	56,17	40
30	6,41	66,43	30	30	7,61	55,92	30
40	6,44	66,09	20	40	7,64	55,67	20
50	6,47	65,95	10	50	7,68	55,42	10
35 0	6,50	65,42	145 0	41 0	7,71	55,17	139 0
10	6,54	65,09	50	10	7,74	54,93	50
20	6,57	64,76	40	20	7,78	54,69	40
30	6,60	64,42	30	30	7,81	54,45	30
40	6,64	64,12	20	40	7,85	54 21	20
50	6,67	63,80	10	50	7,88	53,97	10
36 0	6,70	63,48	144 0	42 0	7,92	53,73	138 0
10	6,73	63,17	50	10	7,95	53,50	50
20	6,77	62,86	40	20	7,98	53,27	40
30	6,80	62,55	30	30	8,02	53,04	30
40	6,84	62,25	20	40	8,05	52,81	20
50	6,87	61,95	10	50	8,08	52,58	10
37 0	6,90	61,65	143 0	43 0	8,12	52,36	137 0
10	6,93	61,35	50	10	8,15	52,14	50
20	6,97	61,06	40	20	8,19	51,92	40
30	7,01	60,77	30	30	8,22	51,70	30
40	7,04	60,48	20	40	8,26	51,48	20
50	7,07	60,19	10	50	8,29	51,26	10
38 0	7,10	59,90	142 0	44 0	8,33	51,05	136 0
	Cot.	Tang.	D. M. Angle.		Cot.	Tang.	D. M. Angle.

Angl. D. M.	Tang.	Cotang.		Angl. D. M.	Tang.	Cotang.	
	″	″			″	″	
44 0	8,33	51,05	136 0	50 0	9,62	44,23	130 0
10	8,36	50,84	50	10	9,65	44,06	50
20	8,40	50,63	40	20	9,69	43,90	40
30	8,43	50,42	30	30	9,73	43,73	30
40	8,47	50,21	20	40	9,76	43,57	20
50	8,50	50,00	10	50	9,80	43,40	10
45 0	8,54	49,80	135 0	51 0	9,84	43,24	129 0
10	8,57	49,59	50	10	9,87	43,08	50
20	8,61	49,39	40	20	9,91	42,92	40
30	8,65	49,19	30	30	9,95	42,76	30
40	8,68	48,99	20	40	9,98	42,60	20
50	8,72	48,79	10	50	10,02	42,44	10
46 0	8,76	48,59	134 0	52 0	10,06	42,29	128 0
10	8,79	48,39	50	10	10,09	42,13	50
20	8,83	48,20	40	20	10,13	41,98	40
30	8,87	48,01	30	30	10,17	41,82	30
40	8,90	47,82	20	40	10,20	41,67	20
50	8,94	47,63	10	50	10,24	41,52	10
47 0	8,97	47,44	133 0	53 0	10,28	41,37	127 0
10	9,00	47,25	50	10	10,31	41,22	50
20	9,04	47,06	40	20	10,35	41,07	40
30	9,07	46,88	30	30	10,39	40,92	30
40	9,11	46,69	20	40	10,43	40,77	20
50	9,14	46,51	10	50	10,47	40,62	10
48 0	9,18	46,33	132 0	54 0	10,51	40,48	126 0
10	9,21	46,15	50	10	10,54	40,33	50
20	9,25	45,97	40	20	10,58	40,19	40
30	9,29	45,79	30	30	10,62	40,04	30
40	9,32	45,61	20	40	10,66	39,90	20
50	9,36	45,43	10	50	10,70	39,76	10
49 0	9,40	45,26	131 0	55 0	10,74	39,62	125 0
10	9,43	45,08	50	10	10,77	39,48	50
20	9,47	44,91	40	20	10,81	39,34	40
30	9,51	44,74	30	30	10,85	39,20	30
40	9,54	44,57	20	40	10,89	39,06	20
50	9,58	44,40	10	50	10,93	38,92	10
50 0	9,62	44,23	130 0	56 0	10,97	38,79	124 0
	Cot.	Tang.	D. M. Angle.		Cot.	Tang.	D. M. Angle.

Angl. D. M.	Tang.	Cotang.		Angl. D. M.	Tang.	Cotang.	
	"	"			"	"	
56 0	10,97	38,79	124 0	62 0	12,39	34,33	118 0
10	11,00	38,65	50	10	12,43	34,21	50
20	11,04	38,52	40	20	12,47	34,10	40
30	11,08	38,39	30	30	12,51	33,99	30
40	11,12	38,25	20	40	12,56	33,88	20
50	11,16	38,12	10	50	12,60	33,77	10
57 0	11,20	37,99	123 0	63 0	12,64	33,66	117 0
10	11,23	37,86	50	10	12,68	33,55	50
20	11,27	37,73	40	20	12,72	33,44	40
30	11,31	37,60	30	30	12,76	33,33	30
40	11,35	37,47	20	40	12,80	33,22	20
50	11,39	37,34	10	50	12,84	33,11	10
58 0	11,43	37,21	122 0	64 0	12,89	33,01	116 0
10	11,47	37,08	50	10	12,93	32,90	50
20	11,51	36,96	40	20	12,97	32,80	40
30	11,55	36,83	30	30	13,01	32,69	30
40	11,59	36,71	20	40	13,05	32,58	20
50	11,63	36,58	10	50	13,09	32,48	10
59 0	11,67	36,46	121 0	65 0	13,14	32,38	115 0
10	11,71	36,33	50	10	13,18	32,28	50
20	11,75	36,21	40	20	13,22	32,17	40
30	11,79	36,09	30	30	13,26	32,07	30
40	11,83	35,97	20	40	13,30	31,97	20
50	11,87	35,85	10	50	13,34	31,87	10
60 0	11,91	35,73	120 0	66 0	13,39	31,76	114 0
10	11,95	35,61	50	10	13,43	31,66	50
20	11,99	35,49	40	20	13,47	31,56	40
30	12,03	35,37	30	30	13,52	31,46	30
40	12,07	35,25	20	40	13,56	31,36	20
50	12,11	35,13	10	50	13,60	31,26	10
61 0	12,15	35,02	119 0	67 0	13,65	31,16	113 0
10	12,19	34,90	50	10	13,69	31,06	50
20	12,23	34,79	40	20	13,73	30,96	40
30	12,27	34,67	30	30	13,78	30,87	30
40	12,31	34,56	20	40	13,82	30,77	20
50	12,35	34,44	10	50	13,86	30,67	10
62 0	12,39	34,33	118 0	68 0	13,91	30,58	112 0
	Cot.	Tang.	D. M. Angle.		Cot.	Tang.	D. M. Angle.

Angl. D. M.	Tang.	Cotang.		Angl. D. M.	Tang.	Cotang.	
	″	″			″	″	
68 0	13,91	30,58	112 0	74 0	15,54	27,37	106 0
10	13,95	30,48	50	10	15,58	27,28	50
20	13,99	30,39	40	20	15,63	27,20	40
30	14,04	30,29	30	30	15,68	27,12	30
40	14,08	30,20	20	40	15,73	27,04	20
50	14,12	30,10	10	50	15,78	26,96	10
69 0	14,17	30,01	111 0	75 0	15,83	26,88	105 0
10	14,21	29,91	50	10	15,87	26,80	50
20	14,26	29,82	40	20	15,92	26,72	40
30	14,30	29,73	30	30	15,97	26,64	30
40	14,35	29,64	20	40	16,01	26,56	20
50	14,39	29,55	10	50	16,06	26,48	10
70 0	14,44	29,46	110 0	76 0	16,11	26,40	104 0
10	14,48	29,37	50	10	16,16	26,32	50
20	14,53	29,28	40	20	16,21	26,24	40
30	14,57	29,19	30	30	16,26	26,16	30
40	14,62	29,10	20	40	16,31	26,08	20
50	14,66	29,01	10	50	16,36	26,00	10
71 0	14,71	28,92	109 0	77 0	16,41	25,93	103 0
10	14,75	28,83	50	10	16,45	25,85	50
20	14,80	28,74	40	20	16,50	25,77	40
30	14,85	28,65	30	30	16,55	25,70	30
40	14,89	28,56	20	40	16,60	25,62	20
50	14,94	28,47	10	50	16,65	25,54	10
72 0	14,99	28,39	108 0	78 0	16,70	25,47	102 0
10	15,03	28,30	50	10	16,75	25,39	50
20	15,08	28,21	40	20	16,80	25,32	40
30	15,12	28,13	30	30	16,85	25,24	30
40	15,17	28,04	20	40	16,90	25,17	20
50	15,21	27,95	10	50	16,95	25,09	10
73 0	15,26	27,87	107 0	79 0	17,00	25,02	101 0
10	15,30	27,78	50	10	17,05	24,94	50
20	15,35	27,70	40	20	17,10	24,87	40
30	15,40	27,62	30	30	17,15	24,80	30
40	15,44	27,53	20	40	17,20	24,72	20
50	15,49	17,45	10	50	17,25	24,65	10
74 0	15,54	27,37	106 0	80 0	17,31	24,58	100 0
	Cot.	Tang.	D. M. Angle.		Cot.	Tang.	D. M. Angle.

Angl. D. M.	Tang.	Cotang.		Angl. D. M.	Tang.	Cotang.	
	″	″			″	″	
80 0	17,31	24,58	100 0	85 0	18,90	22,50	95 0
10	17,36	24,50	50	10	18,95	22,43	50
20	17,41	24,43	40	20	19,01	22,37	40
30	17,46	24,36	30	30	19,06	22,30	30
40	17,51	24,29	20	40	19,12	22,24	20
50	17,56	24,22	10	50	19,17	22,18	10
81 0	17,62	24,15	99 0	86 0	19,23	22,12	94 0
10	17,67	24,08	50	10	19,28	22,05	50
20	17,72	24,01	40	20	19,34	21,99	40
30	17,77	23,94	30	30	19,40	21,92	30
40	17,82	23,87	20	40	19,45	21,86	20
50	17,87	23,80	10	50	19,51	21,80	10
82 0	17,93	23,73	98 0	87 0	19,56	21,74	93 0
10	17,98	23,66	50	10	19,62	21,67	50
20	18,03	23,59	40	20	19,68	21,61	40
30	18,09	23,52	30	30	19,74	21,54	30
40	18,14	23,45	20	40	19,80	21,48	20
50	18,19	23,38	10	50	19,86	21,42	10
83 0	18,25	23,31	97 0	88 0	19,92	21,36	92 0
10	18,30	23,24	50	10	19,97	21,29	50
20	18,35	23,17	40	20	20,03	21,23	40
30	18,41	23,11	30	30	20,09	21,17	30
40	18,46	23,04	20	40	20,15	21,11	20
50	18,51	22,97	10	50	20,21	21,05	10
84 0	18,57	22,91	96 0	89 0	20,27	20,99	91 0
10	18,62	22,84	50	10	20,33	20,93	50
20	18,68	22,77	40	20	20,39	20,87	40
30	18,73	22,70	30	30	20,45	20,81	30
40	18,79	22,63	20	40	20,51	20,75	20
50	18,84	22,56	10	50	20,57	20,69	10
85 0	18,90	22,50	95 0	90 0	20,63	20,63	90 0
	Cot.	Tang.	D. M. Angle.		Cot.	Tang.	D. M. Angle.

Pour réduire à l'horizon, le nombre tangente est positif, et le nombre cotangente négatif. C'est le contraire pour passer de l'angle horizontal à l'angle des cordes.

TABLE

Produit séc. H séc. h;

	3°. 0′	2°. 50′	2°. 40′	2°. 30′	2°. 20′	2°. 10′	2°. 0′	1°. 50′	1°. 40′
′									
3°. 0	1,0027	1,0026	1,0025	1,0023	1,0022	1,0021	1,0020	1,0018	1,0018
2. 50	1,0026	1,0025	1,0023	1,0021	1,0020	1,0019	1,0018	1,0017	1,0016
40	1,0025	1,0024	1,0022	1,0020	1,0019	1,0018	1,0017	1,0016	1,0015
30	1,0023	1,0022	1,0020	1,0019	1,0018	1,0017	1,0016	1,0015	1,0014
20	1,0022	1,0021	1,0019	1,0018	1,0017	1,0015	1,0014	1,0013	1,0013
10	1,0021	1,0019	1,0018	1,0017	1,0015	1,0014	1,0013	1,0012	1,0012
2. 0	1,0020	1,0018	1,0017	1,0016	1,0014	1,0013	1,0012	1,0011	1,0010
1. 50	1,0018	1,0017	1,0016	1,0015	1,0013	1,0012	1,0011	1,0010	1,0009
40	1,0018	1,0016	1,0015	1,0014	1,0012	1,0011	1,0010	1,0009	1,0008
30	1,0017	1,0016	1,0014	1,0013	1,0012	1,0011	1,0009	1,0009	1,0008
20	1,0016	1,0015	1,0014	1,0012	1,0011	1,0010	1,0009	1,0008	1,0007
10	1,0016	1,0014	1,0013	1,0012	1,0010	1,0009	1,0008	1,0007	1,0006
1. 0	1,0015	1,0014	1,0012	1,0011	1,0010	1,0009	1,0008	1,0007	1,0006
0. 50	1,0015	1,0013	1,0012	1,0011	1,0009	1,0008	1,0007	1,0006	1,0005
40	1,0015	1,0013	1,0011	1,0011	1,0009	1,0008	1,0007	1,0006	1,0005
30	1,0014	1,0013	1,0011	1,0010	1,0009	1,0007	1,0006	1,0006	1,0005
20	1,0014	1,0012	1,0011	1,0010	1,0008	1,0007	1,0006	1,0005	1,0004
10	1,0014	1,0012	1,0011	1,0010	1,0008	1,0007	1,0006	1,0005	1,0004
0. 0	1,0014	1,0012	1,0011	1,0010	1,0008	1,0007	1,0006	1,0005	1,0004

III.

Argumens H et h.

1°. 30′	1°. 20′	1°. 10′	1°. 0′	0°. 50′	0°. 40′	0°. 30′	0°. 20′	0°. 10′	0°. 0′
1,0017	1,0016	1,0016	1,0015	1,0015	1,0014	1,0014	1,0014	1,0014	1,0014
1,0016	1,0015	1,0014	1,0014	1,0013	1,0013	1,0013	1,0012	1,0012	1,0012
1,0014	1,0013	1,0012	1,0012	1,0012	1,0012	1,0012	1,0011	1,0011	1,0011
1,0013	1,0012	1,0011	1,0011	1,0011	1,0910	1,0010	1,0010	1,0010	1,0010
1,0012	1,0011	1,0010	1,0010	1,0009	1,0009	1,0009	1,0009	1,0008	1,0008
1,0011	1,0910	1,0009	1,0009	1,0008	1,0008	1,0007	1,0007	1,0007	1,0007
1,0010	1,0009	1,0008	1,0008	1,0007	1,0007	1,0006	1,0006	1,0006	1,0006
1,0009	1,0008	1,0007	1,0007	1,0006	1,0006	1,0006	1,0005	1,0005	1,0005
1,0008	1,0007	1,0006	1,0006	1,0005	1,0005	1,0005	1,0004	1,0004	1,0004
1,0007	1,0006	1,0006	1,0005	1,0005	1,0004	1,0004	1,0004	1,0003	1,0003
1,0006	1,0005	1,0005	1,0004	1,0004	1,0003	1,0003	1,0003	1,0002	1,0003
1,0006	1,0005	1,0004	1,0004	1,0003	1,0003	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002
1,0005	1,0004	1,0004	1,0003	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0902
1,0005	1,0004	1,0003	1,0003	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0001
1,0004	1,0003	1,0003	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0001	1,0001
1,0004	1,0003	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0001	1,0001	1,0000
1,0004	1,0003	1,0002	1,9002	1,0002	1,0002	1,0001	1,0001	1,0901	1,0000
1,0003	1,0003	1,0002	1,0002	1,0002	1,0002	1,0001	1,0001	1,0000	1,0000
1,0003	1,0003	1,0002	1,0002	1,0001	1,0002	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Digitized by Google

TABLE IV.

Argument *A*, ou Angle observé.

A	—	A	+
°	"	°	"
3	0,458	93	0,001
6	0,230	96	0,003
9	0,153	99	0,004
12	0,114	102	0,005
15	0,090	105	0,007
18	0,075	108	0,008
21	0,063	111	0,009
24	0,054	114	0,011
27	0,048	117	0,012
30	0,042	120	0,014
33	0,037	123	0,016
36	0,033	126	0,018
39	0,030	129	0,020
42	0,027	132	0,022
45	0,024	135	0,024
48	0,022	138	0,027
51	0,020	141	0,030
54	0,018	144	0,033
57	0,016	147	0,037
60	0,014	150	0,042
63	0,012	153	0,048
66	0,011	156	0,054
69	0,009	159	0,063
72	0,008	162	0,075
75	0,006	165	0,091
78	0,005	168	0,114
81	0,004	171	0,153
84	0,003	174	0,231
87	0,001	177	0,467
90	0,000	180	0,000

Cette table renferme les deux petits termes $-\frac{1}{2}(n \text{ séc. } H \text{ séc. } h)^2 \frac{\text{cot. } A}{\text{sin. } 1''}$ $+\frac{1}{2}(n \text{ séc. } H \text{ séc. } h)^3 \left(\frac{\frac{1}{3}+\text{cot. } A}{\text{sin. } 1''}\right)$ de la formule pour la réduction à l'horizon. *Voyez* page 91.

Elle suppose n séc. H séc. $h = 100''$; et l'on voit qu'avec cette valeur ces termes sont encore insensibles, et qu'on peut les négliger presque toujours. Les nombres de cette table croîtraient ou diminueraient dans la raison des carrés des valeurs de (n séc. H séc. h); ainsi pour 120" on les multiplierait par $\left(\frac{120}{100}\right)^2 = (1,20)^2 = 1,44$, et en général par $\left(\frac{100+x}{100}\right)^2$. On voit aussi par la comparaison des deux colonnes de la table, que la partie qui dépend du cube est presque nulle.

TABLES

POUR RÉDUIRE AU MÉRIDIEN

LES DISTANCES AU ZÉNITH

DES ASTRES OBSERVÉS AU CERCLE DE BORDA.

Digitized by Google

TABLE I.

Réduction au Méridien pour les Observations faites au cercle de Borda.

Argument, Angle horaire en temps.

Séc.	0′	1′	2′	3′	4′	5′	6′	7′
0	0″0	2″0	7″8	17″7	31″4	49″1	70″7	96″2
1	0,0	2,0	8,0	17,9	31,7	49,4	71,1	96,9
2	0,0	2,1	8,1	18,1	31,9	49,7	71,5	97,1
3	0,0	2,2	8,2	18,3	32,2	50,1	71,9	97,6
4	0,0	2,2	8,4	18,5	32,5	50,4	72,3	98,1
5	0,0	2,3	8,5	18,7	32,7	50,7	72,7	98,5
6	0,0	2,4	8,7	18,9	33,0	51,1	73,1	99,0
7	0,0	2,4	8,8	19,1	33,3	51,4	73,5	99,4
8	0,0	2,5	8,9	19,3	33,5	51,7	73,9	99,9
9	0,0	2,6	9,1	19,5	33,8	52,1	74,3	100,4
10	0,1	2,7	9,2	19,7	34,1	52,4	74,7	100,8
11	0,1	2,7	9,4	19,9	34,4	52,7	75,1	101,3
12	0,1	2,8	9,5	20,1	34,6	53,1	75,5	101,8
13	0,1	2,9	9,6	20,3	34,9	53,4	75,9	101,3
14	0,1	3,0	9,8	20,5	35,2	53,8	76,3	102,7
15	0,1	3,1	9,9	20,7	35,5	54,1	76,7	103,2
16	0,1	3,1	10,1	20,9	35,7	54,5	77,1	103,7
17	0,2	3,2	10,2	21,2	36,0	54,8	77,5	104,2
18	0,2	3,3	10,4	21,4	36,3	55,1	77,9	104,6
19	0,2	3,4	10,5	21,6	36,6	55,5	78,3	105,1
20	0,2	3,5	10,7	21,8	36,9	55,8	78,8	105,6
21	0,3	3,6	10,8	22,0	37,2	56,2	79,2	106,0
22	0,3	3,7	11,0	22,3	37,4	56,5	79,6	106,6
23	0,3	3,8	11,1	22,5	37,7	56,9	80,0	107,0
24	0,3	3,8	11,3	22,7	38,0	57,3	80,4	107,5
25	0,3	3,9	11,5	22,9	38,2	57,6	80,8	108,0
26	0,4	4,0	11,6	23,1	38,6	58,0	81,3	108,5
27	0,4	4,1	11,8	23,4	38,9	58,3	81,7	109,0
28	0,4	4.2	11,9	23,6	39,2	58,7	82,1	109,5
29	0,5	4,3	12,1	23,8	39,5	59,0	82,5	110,0

Suite de la TABLE I.

Argument, Angle horaire en temps.

Sec.	0'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'
	"	"	"	"	"	"	"	"
30	0,5	4,4	12,3	24,0	39,8	59,4	83,0	110,4
31	0,5	4,5	12,4	24,3	40,1	59,8	83,4	110,9
32	0,6	4,6	12,6	24,5	40,3	60,1	83,8	111,4
33	0,6	4,7	12,8	24,7	40,6	60,5	84,2	111,9
34	0,6	4,8	12,9	25,0	40,9	60,8	84,7	112,4
35	0,7	4,9	13,1	25,2	41,2	61,2	85,1	112,9
36	0,7	5,0	13,3	25,4	41,5	61,6	85,5	113,4
37	0,7	5,1	13,4	25,7	41,8	61,9	86,0	113,9
38	0,8	5,2	13,6	25,9	42,1	62,3	86,4	114,4
39	0,8	5,3	13,8	26,2	42,5	62,7	86,8	114,9
40	0,9	5,4	14,0	26,4	42,8	63,0	87,3	115,4
41	0,9	5,6	14,1	26,6	43,1	63,4	87,7	115,9
42	1,0	5,7	14,3	26,9	43,4	63,8	88,1	116,4
43	1,0	5,8	14,5	27,1	43,7	64,2	88,6	116,9
44	1,1	5,9	14,7	27,4	44,0	64,5	89,0	117,4
45	1,1	6,0	14,8	27,6	44,3	64,9	89,5	117,9
46	1,2	6,1	15,0	27,9	44,6	65,3	89,9	118,4
47	1,2	6,2	15,2	28,1	44,9	65,7	90,3	118,9
48	1,3	6,4	15,4	28,3	45,2	66,0	90,8	119,5
49	1,3	6,5	15,6	28,6	45,5	66,4	91,2	120,0
50	1,4	6,6	15,8	28,8	45,9	66,8	91,7	120,5
51	1,4	6,7	15,9	29,1	46,2	67,2	92,1	121,0
52	1,5	6,8	16,1	29,4	46,5	67,6	92,6	121,5
53	1,5	7,0	16,3	29,6	46,8	68,0	93,0	122,0
54	1,6	7,1	16,5	29,9	47,1	68,3	93,5	122,5
55	1,6	7,2	16,7	30,1	47,5	68,7	93,9	123,1
56	1,7	7,3	16,9	30,4	47,8	69,1	94,4	123,6
57	1,8	7,5	17,1	30,6	48,1	69,5	94,8	124,1
58	1,8	7,6	17,3	30,9	48,4	69,9	95,3	124,6
59	1,9	7,7	17,5	31,1	48,8	70,3	95,7	125,1

Suite de la TABLE I.

Argument, Angle horaire en temps.

Sec.	8'	9'	10'	11'	12'	13'	14'	15'
	"	"	"	"	"	"	"	"
0	125,7	159,0	196,3	237,5	280,7	331,8	384,7	441,6
1	126,2	159,6	197,0	238,3	283,5	332,6	385,6	442,6
2	126,7	160,2	197,6	239,0	284,2	333,4	386,5	443,6
3	127,2	160,8	198,3	239,7	285,0	334,3	387,5	444,6
4	127,8	161,4	198,9	240,4	285,8	335,3	388,4	445,6
5	128,3	162,0	199,6	241,2	286,6	336,0	389,3	446,5
6	128,8	162,6	200,3	241,9	287,4	336,9	390,2	447,5
7	129,4	163,2	200,9	242,6	288,2	337,7	391,1	448,5
8	129,9	163,8	201,6	243,3	289,0	338,6	392,1	449,5
9	130,4	164,4	202,2	244,1	289,8	339,4	393,0	450,5
10	131,0	165,0	202,9	244,8	290,6	340,3	393,9	451,5
11	131,5	165,6	203,6	245,5	291,4	341,2	394,8	452,5
12	132,0	166,2	204,2	246,2	292,2	342,0	395,8	453,5
13	132,6	166,8	204,9	247,0	293,0	342,9	396,7	454,5
14	133,1	167,4	205,6	247,7	293,8	343,7	397,6	455,5
15	133,6	168,[illegible]	206,3	248,5	294,6	344,6	398,6	456,5
16	134,2	168,6	206,9	249,2	295,4	345,5	399,5	457,5
17	134,7	169,2	207,6	249,9	296,2	346,3	400,5	458,5
18	135,3	169,8	208,3	250,7	297,0	347,2	401,4	459,5
19	135,8	170,4	208,9	251,4	297,8	348,1	402,3	460,5
20	136,4	171,0	209,6	252,2	298,6	349,0	403,3	461,5
21	136,9	171,6	210,3	252,9	299,4	349,8	404,2	462,5
22	137,4	172,2	211,0	253,6	300,2	350,7	405,1	463,5
23	138,0	172,9	211,6	254,4	301,0	351,6	406,1	464,5
24	138,5	173,5	212,3	255,1	301,8	352,5	407,0	465,5
25	139,1	174,1	213,0	255,9	302,6	353,3	408,0	466,5
26	139,6	174,7	213,7	256,6	303,5	354,2	408,9	467,5
27	140,2	175,3	214,4	257,4	304,3	355,1	409,9	468,5
28	140,7	175,9	215,1	258,1	305,1	356,0	410,8	469,5
29	141,3	176,6	215,8	258,9	305,9	356,9	411,7	470,5

Suite de la TABLE I.

Argument, Angle horaire en temps.

Sec.	8′	9′	10′	11′	12′	13′	14′	15′
	″	″	″	″	″	″	″	″
30	141,8	177,2	216,4	259,6	306,7	357,7	412,7	471,5
31	142,4	177,8	217,1	260,4	307,5	358,6	413,6	472,6
32	143,0	178,4	217,8	261,1	308,4	359,5	414,6	473,6
33	143,5	179,0	218,5	261,9	309,2	360,5	415,6	474,6
34	144,1	179,7	219,2	262,6	310,0	361,1	416,6	475,6
35	144,6	180,3	219,9	263,4	310,8	362,2	417,5	476,6
36	145,2	180,9	220,6	264,1	311,6	363,1	418,4	477,6
37	145,8	181,6	221,3	264,9	312,5	363,9	419,4	478,7
38	146,3	182,2	222,0	265,7	313,3	364,6	420,3	479,7
39	146,9	182,8	222,7	266,4	314,2	365,7	421,3	480,7
40	147,5	183,4	223,4	267,2	315,0	366,6	422,2	481,7
41	148,0	184,1	224,1	267,9	315,8	367,5	423,2	482,8
42	148,6	184,7	224,8	268,7	316,6	368,4	424,2	483,8
43	149,2	185,4	225,5	269,5	317,4	369,3	425,1	484,8
44	149,7	186,0	226,2	270,2	318,3	370,2	426,1	485,8
45	150,3	186,6	226,9	271,0	319,1	371,1	427,0	486,9
46	150,9	187,3	227,6	271,8	319,9	372,0	428,0	487,9
47	151,5	187,9	228,3	272,6	320,8	372,9	429,0	488,9
48	152,0	188,5	229,0	273,3	321,6	373,8	430,0	490,0
49	152,6	189,2	229,7	274,1	322,4	374,7	430,9	491,0
50	153,2	189,8	230,4	274,9	323,3	375,6	431,9	492,0
51	153,8	190,5	231,1	275,6	324,1	376,5	432,8	493,1
52	154,4	191,1	231,8	276,4	325,0	377,4	433,8	494,1
53	154,9	191,8	232,5	277,2	325,8	378,3	434,8	495,2
54	155,5	192,4	233,3	278,0	326,7	379,2	435,7	496,2
55	156,1	193,1	234,0	278,9	327,5	380,2	436,7	497,2
56	156,7	193,7	234,7	279,5	328,4	381,1	437,7	498,2
57	157,3	194,4	235,4	280,3	329,2	382,0	438,7	499,2
58	157,8	195,0	236,1	281,1	330,0	382,9	439,6	500,3
59	158,4	195,7	236,8	281,9	330,9	383,8	440,6	501,4

TABLE II.

Pour la latitude 48d 51'. Facteur F servant à multiplier les nombres de la Table I.

Argument, Déclinaison.

D.	F.	*Dif.*	D.	F.	*Dif.*	D.	F.	*Dif.*
41. A	0.4969	76	10. A	0.7572	104	21. B	1.3150	359
40.	0.5042	76	9.	0.7676	107	22.	1.3509	384
39.	0.5118	75	8.	0.7783	109	23.	1.3893	412
38.	0.5193	76	7.	0.7892	112	24.	1.4305	435
37.	0.5269	76	6.	0.8004	114	25.	1.4750	481
36.	0.5345	77	5.	0.8118	118	26.	1.5231	523
35.	0.5422	76	4.	0.8236	120	27.	1.5754	570
34.	0.5498	77	3.	0.8356	124	28.	1.6324	626
33.	0.5575	77	2.	0.8480	128	29.	1.6950	688
32.	0.5652	78	1. A	0.8608	131	30.	1.7636	763
31.	0.5730	78	0.	0.8739	135	31.	1.8401	851
30.	0.5808	79	1. B	0.8874	140	32.	1.9252	954
29.	0.5887	80	2.	0.9014	144	33.	2.0206	1080
28.	0.5967	80	3.	0.9158	150	34.	2.1286	1231
27.	0.6047	80	4.	0.9308	155	35.	2.2517	1421
26.	0.6127	82	5.	0.9463	160	36.	2.3938	1654
25.	0.6209	82	6.	0.9623	166	37.	2.5592	1955
24.	0.6291	84	7.	0.9789	174	38.	2.7547	2347
23.	0.6375	84	8.	0.9963	180	39.	2.9894	2871
22.	0.6459	85	9.	1.0143	188	40.	3.2765	3596
21.	0.6544	86	10.	1.0331	196	41.	3.6361	4677
20.	0.6630	88	11.	1.0527	205	42.	4.1038	6179
19.	0.6718	89	12.	1.0732	215	43.	4.7217	8769
18.	0.6807	90	13.	1.0947	227	44.	5.5986	
17.	0.6897	91	14.	1.1174	237	45.	6.9298	
16.	0.6988	93	15.	1.1411	250	46.	9.1935	
15.	0.7081	94	16.	1.1661	264	47.	13.9014	
14.	0.7175	97	17.	1.1925	280	48.	29.90	
13.	0.7272	99	18.	1.2205	296	49.	16.49	
12.	0.7371	99	19.	1.2501	314			
11.	0.7470	102	20.	1.2815	335			

Suite de la TABLE II.

Argument, Déclinaison.

D.	F.	*Dif.*	D.	F.	*Dif.*	D.	F.	*Dif.*
50. B	21.075		80. B	0.2209	274	70. B	0.2569	98
51.	11.039		81.	0.1935	260	69.	0.2667	96
52.	7.373		82.	0.1675	246	68.	0.2763	94
53.	5.472		83.	0.1429	234	67.	0.2857	92
54.	4.309		84.	0.1195	223	66.	0.2949	91
55.	3.523		85.	0.0972	212	65.	0.3040	90
56.	2.9563		86.	0.0760	202	64.	0.3130	89
57.	2.5281		87.	0.0558	194	63.	0.3219	87
58.	2.1929		88.	0.0364	186	62.	0.3306	86
59.	1.9232		89.	0.0178	178	61.	0.3392	85
60.	1.7014		90.	0.0000	171	60.	0.3477	84
61.	1.5158		89.	0.0171	165	59.	0.3561	83
62.	1.3580		88.	0.0336	158	58.	0.3644	82
63.	1.2220		87.	0.0494	153	57.	0.3726	81
64.	1.1037		86.	0.0647	148	56.	0.3807	80
65.	0.9998	922	85.	0.0795	143	55.	0.3887	80
66.	0.9076	822	84.	0.0938	139	54.	0.3967	79
67.	0.8254	740	83.	0.1077	134	53.	0.4046	79
68.	0.7514	668	82.	0.1211	130	52.	0.4125	78
69.	0.6846	608	81.	0.1341	126	51.	0.4203	78
70.	0.6238	552	80.	0.1467	123	50.	0.4281	77
71.	0.5686	514	79.	0.1590	120	49.	0.4358	77
72.	0.5172	470	78.	0.1710	116	48.	0.4435	76
73.	0.4702	434	77.	0.1826	114	47.	0.4511	76
74.	0.4268	404	76.	0.1940	111	46.	0.4587	77
75.	0.3864	375	75.	0.2051	108	45.	0.4664	76
76.	0.3489	351	74.	0.2159	105	44.	0.4740	75
77.	0.3[illegible]38	329	73.	0.2264	104	43.	0.4815	76
78.	0.2809	309	72.	0.2368	102	42.	0.4891	
79.	0.2500	[illegible]91	71.	0.2470	99			
80.	0.2209		70.	0.2569				

III. TABLE GÉNÉRALE. *Second terme.*

Argument, Angle horaire.

M. S.	*S.*	*Dif.*	*M. S.*	*S.*	*Dif.*	*M. S.*	*S.*	*Dif.*
0. 0	0.000		8. 10	0.041		12. 10	0.205	
1. 0	0.000		20	0.045	4	20	0.217	12
2. 0	0.000		30	0.049	4	30	0.229	12
3. 0	0.001		40	0.053	4	40	0.241	12
4. 0	0.002		50	0.057	4	50	0.254	13
5. 0	0.006		9. 0	0.061	4	13. 0	0.267	13
10	0.007		10	0.066	5	10	0.281	14
20	0.008		20	0.071	5	20	0.295	14
30	0.009		30	0.076	5	30	0.310	15
40	0.010		40	0.081	5	40	0.326	16
50	0.011		50	0.087	6	50	0.342	16
6. 0	0.012		10. 0	0.093	6	14. 0	0.359	17
10	0.013		10	0.100	7	10	0.376	17
20	0.014		20	0.107	7	20	0.394	18
30	0.016		30	0.114	7	30	0.413	19
40	0.018		40	0.121	7	40	0.432	19
50	0.020		50	0.129	8	50	0.452	20
7. 0	0.022		11. 0	0.137	8	15. 0	0.473	21
10	0.024		10	0.145	8	10	0.494	21
20	0.026		20	0.154	9	20	0.516	22
30	0.029		30	0.163	9	30	0.539	23
40	0.032		40	0.173	10	40	0.563	24
50	0.035		50	0.183	10	50	0.587	24
8. 0	0.038		12. 0	0.194	11	16. 0	0.612	25

Ce second terme est toujours additif, au lieu que le premier n'est additif que dans les passages inférieurs des étoiles circompolaires.

TABLE IV.

Facteur servant à multiplier les nombres de la Table III.

Argument, Déclinaison.

D.	*f.*	*Dif.*	D.	*f.*	*Dif.*	D.	*f.*	*Dif.*
41. A	0.001		10. A	0.347		20. B	2.974	
40.	0.005	4	9.	0.370	23	21.	3.273	299
39.	0.010	5	8.	0.396	26	22.	3.605	332
38.	0.015	5	7.	0.423	27	23.	3.984	379
37.	0.020	5	6.	0.451	28	24.	4.418	434
36.	0.026	6	5.	0.482	31	25.	4.921	503
35.	0.032	6	4.	0.514	32	26.	5.505	584
34.	0.038	6	3.	0.549	35	27.	6.189	684
33.	0.044	6	2.	0.586	37	28.	6.996	807
32.	0.051	7	1. A	0.625	39	29.	7.958	962
31.	0.059	8	0.	0.667	42	30.	9.112	1154
30.	0.067	8	1. B	0.713	46	31.	10.515	
29.	0.075	8	2.	0.762	49	32.	12.237	
28.	0.083	8	3.	0.814	52	33.	14.381	
27.	0.092	9	4.	0.871	57	34.	17.088	
26.	0.102	10	5.	0.932	61	35.	20.566	
25.	0.112	10	6.	0.999	67	36.	25.120	
24.	0.122	10	7.	1.070	71	37.	31.216	
23.	0.133	11	8.	1.148	78	38.	39.591	
22.	0.145	12	9.	1.233	85	39.	51.468	
21.	0.157	12	10.	1.325	92	40.	68.949	
20.	0.170	13	11.	1.426	101	41.	95.90	
19.	0.184	14	12.	1.537	111	42.	140.19	
18.	0.198	14	13.	1.659	122	43.	217.60	
17.	0.213	15	14.	1.793	134	44.	369.40	
16.	0.229	16	15.	1.942	149	45.	713.59	
15.	0.246	17	16.	2.106	164	46.	1697.8	
14.	0.264	18	17.	2.289	183	47.	5983.0	
13.	0.283	19	18.	2.494	205	48.		
12.	0.303	20	19.	2.723	229	49.		
11.	0.324	21	20.	2.974	251			

Suite de la TABLE IV.

Argument, Déclinaison.

D.	*f.*	*Dif*	D.	*f.*	*Dif.*	D.	*f.*	*Dif.*
50. B	......		80. B	0.080		70. B	0.036	
51.	324.6		81.	0.060	20	69.	0.038	2
52.	987.7		82.	0.043	17	68.	0.039	1
53.	412.7		83.	0.030	13	67.	0.040	1
54.	206.0		84.	0.020	10	66.	0.040	0
55.	115.2		85.	0.013	7	65.	0.041	1
56.	69.67		86.	0.008	5	64.	0.041	0
57.	44.63		87.	0.004	4	63.	0.041	0
58.	29.86		88.	0.002	2	62.	0.042	1
59.	20.66		89.	0.000	0	61.	0.042	0
[illegible]	15.03		90.			60.	0.041	1
61.	10.67		89.	Passage		59.	0.041	0
62.	7.89		88.	infer.		58.	0.040	1
63.	5.92		87.	0.002	2	57.	0.039	1
64.	4.50		86.	0.004	2	56.	0.038	1
65.	3.45		85.	0.006	2	55.	0.037	1
66.	2.67	88	84.	0.008	2	54.	0.036	1
67.	2.08	59	83.	0.010	2	53.	0.034	2
68.	1.63	45	82.	0.013	3	52.	0.033	1
69.	1.28	35	81.	0.015	2	51.	0.031	2
70.	1.01	27	80.	0.017	2	50.	0.029	2
71.	0.80	21	79.	0.020	3	49.	0.026	3
72.	0.63	17	78.	0.022	2	48.	0.024	2
73.	0.49	14	77.	0.024	2	47.	0.021	3
74.	0.39	10	76.	0.026	2	46.	0.018	3
75.	0.30	9	75.	0.028	2	45.	0.015	3
76.	0.24	6	74.	0.030	2	44.	0.011	4
77.	0.18	6	73.	0.032	2	43.	0.008	3
78.	0.14	4	72.	0.034	2	42.	0.004	4
79.	0.10	4	71.	0.035	1			
80.	0.08	2	70.	0.036	1			

TABLE V. *Latitude 48d 51'.*

Angle horaire lorsque la réduction varie d'une seconde de degré à chaque seconde de temps.

D.	ANGLE horaire.	Dif.	D.	ANGLE horaire.	Dif.	D.	ANGLE horaire.	Dif.
41. A	30',9	5	10. A	20',2	2	20. B	11',9	2
40.	30,4	5	9.	19,9	2	21.	11,7	4
39.	29,9	4	8.	19,7	3	22.	11,3	3
38.	29,5	4	7.	19,4	3	23.	11,0	3
37.	29,1	4	6.	19,1	3	24.	10,7	4
36.	28,7	4	5.	18,8	2	25.	10,3	3
35.	28,3	4	4.	18,6	2	26.	10,1	3
34.	27,9	4	3.	18,4	3	27.	9,7	3
33.	27,5	4	2.	18,1	3	28.	9,4	3
32.	27,1	4	1. A	17,8	3	29.	9,1	4
31.	26,7	3	0.	17,5	2	30.	8,7	4
30.	26,4	4	1. B	17,3	3	31.	8,3	4
29.	26,0	3	2.	17,0	2	32.	7,9	4
28.	25,7	4	3.	16,8	3	33.	7,5	3
27.	25,3	3	4.	16,5	2	34.	7,2	4
26.	25,0	4	5.	16,3	4	35.	6,8	4
25.	24,6	3	6.	15,9	2	36.	6,4	4
24.	24,3	3	7.	15,7	3	37.	6,0	5
23.	24,0	3	8.	15,4	3	38.	5,5	4
22.	23,7	3	9.	15,1	3	39.	5,1	4
21.	23,4	3	10.	14,8	3	40.	4,7	5
20.	23,1	3	11.	14,5	2	41.	4,2	5
19.	22,8	3	12.	14,3	3	42.	3,7	5
18.	22,5	3	13.	14,0	2	43.	3,2	5
17.	22,2	3	14.	13,7	4	44.	2,7	5
16.	21,9	3	15.	13,3	2	45.	2,2	5
15.	21,6	2	16.	13,1	2	46.	1,7	6
14.	21,4	3	17.	12,9	3	47.	1,1	5
13.	21,1	2	18.	12,6	4	48.	0,5	5
12.	20,9	3	19.	12,2	3	49.	0,0	
11.	20,6		20.	11,9		50.		

Suite de la TABLE V.

Angle horaire quand la réduction varie d'une seconde de degré à chaque seconde de temps.

D.	ANGLE horaire.	*Dif.*	D.	ANGLE horaire.	*Dif.*	D.	ANGLE horaire.	*Dif.*
50. B	...		80. B	70',2		70. B	60',2	
51.	1',4		81.	80,6		69.	57,9	23
52.	2,1	7	82.	93,8		68.	55,9	20
53.	2,8	7	83.	111,3		67.	54,1	18
54.	3,5	7	84.	135,7		66.	52,3	18
55.	4,3	8	85.	160,9		65.	50,7	16
56.	5,2	9	86.	245,2		64.	49,2	15
57.	6,1	9	87.			63.	47,9	13
58.	7,0	9	88.			62.	46,5	14
59.	7,9	9	89.			61.	45,3	12
60.	9,0	11	90.			60.	44,2	11
61.	10,1	11	89.			59.	43,2	10
62.	11,3	12	88.	Passage		58.	42,2	10
63.	12,5	12	87.	inférieur.		57.	41,2	10
64.	13,9	14	86.			56.	40,3	9
65.	15,3	14	85.			55.	39,5	8
66.	16,9	16	84.	181,1		54.	38,7	8
67.	18,5	16	83.	153,1		53.	37,9	8
68.	20,3	18	82.	133,7		52.	37,2	7
69.	22,3	20	81.	119,3		51.	36,5	7
70.	24,5	22	80.	108,1		50.	35,9	6
71.	26,9	24	79.	99,2		49.	35,2	7
72.	29,7	28	78.	91,8	74	48.	34,6	6
73.	32,6	29	77.	85,7	61	47.	34,0	6
74.	35,6	30	76.	80,4	53	46.	33,5	5
75.	38,7	31	75.	75,9	45	45.	32,9	6
76.	44,1	34	74.	71,9	40	44.	32,3	6
77.	49,1	50	73.	68,5	34	43.	31,8	5
78.	54,9	58	72.	65,4	31	42.	31,3	5
79.	61,9	70	71.	62,7	27			
80.	70,2	83	70.	60,2	25			

EXEMPLE.

	Angles horaires	Tab. I.	Table III.
	15′ 57″	499″2	0″60
	14. 23	406,1	0,40
	12. 59	330,9	0,27
	11. 32	261,1	0,16
5...	10. 1	197,0	0,09
	8. 34	144,1	0,05
	7. 8	99,9	0,02
	6. 10	74,7	0,01
	5. 15	54,1	0,01
10...	3. 52	29,4	0,00
	2. 23	11,1	0,00
	2. 4	8,4	0,00
	3. 40	26,4	0,00
	5. 1	49,4	0,01
15...	6. 39	86,8	0,02
	7. 58	124,6	0,04
	9. 27	175,3	0,07
	11. 3	239,7	0,14
	12. 7	288,2	0,21
20...	13. 1	332,6	0,27
	14. 27	409,9	0,41
	15. 34	475,6	0,55

$D = 33^d\ 24'\ A$
$= 33^d\ 4$

Table II.

Pour $33^d\ A$, $F = 0.5575$
Pour 0,4 — 31

$F = 0.5544$

Table IV.

$f = 0{,}043$

Sommes	$\mp$ 4324.5	+ 3,23
Logarit. 4324.5	3.63594	
Compl. l. 22	8.65758	
Log. F = 0,5544	9.74382	
— 108″98	2.03734	

Logarit. 3.33	0.5224
....	8.6576
Log. f = 0.043	8.6335
+ 0″0065	7.8135
— 108,98	

Réduction = — 108,97 = — 1′ 48″,97

Le signe + du premier terme ne sert que pour les étoiles circompolaires dans leurs passages inférieurs.

De la détermination des Hauteurs par des Observations barométriques.

On appelle *baromètre* tout instrument qui a pour objet de mesurer la pression des gaz. Nous avons une multitude d'instrumens de cette nature; ils ne diffèrent guère que par la forme : ils consistent, 1.° dans un bain de mercure destiné à recevoir la pression des gaz; 2.° dans un vide presque parfait, pratiqué dans l'intérieur d'un tube de verre, dont l'extrémité inférieure est ouverte et plonge dans le bain, et dont l'extrémité supérieure est hermétiquement fermée; 3.° dans une échelle destinée à mesurer la hauteur de la colonne de mercure qui s'élève dans le tube, en vertu de la pression.

L'invention du premier baromètre date de l'année 1645. Au commencement du dix-septième siècle, un fontainier de Côme de Médicis, grand-duc de Toscane, s'étant aperçu à Florence que, quelques efforts qu'il fît pour élever l'eau d'une pompe aspirante à plus de trente-deux pieds, il ne pouvait y réussir, en demanda la raison à Galilée; celui-ci répondit que *la nature abhorrait le vide* jusqu'à un certain point.

Torricelli, disciple de Galilée, ayant réfléchi sur ce phénomène, crut devoir l'attribuer à la pesanteur de l'air; il voulut s'en assurer par l'expérience, et il y réussit complétement au moyen du baromètre qu'il inventa. Nous dirons en passant qu'il paraît que, dès 1631, Descartes avait eu l'idée d'un appareil analogue, et qu'il s'était servi du même principe pour expliquer le phénomène.

Dès que l'expérience de Torricelli fut connue, Pascal s'empressa de la vérifier; et dans celle qu'il chargea son beau-frère Périer de répéter, pour savoir si l'ascension et l'abaissement du mercure dans le tube de verre provenaient de différences dans le poids de l'air, il lui indiqua de comparer les hauteurs du mercure au pied du Puy-de-Dôme et à son sommet : l'effet fut tel que Pascal l'avait prévu.

Le premier usage du baromètre avait été de constater la pesanteur de l'air et de détruire l'explication vague de l'horreur du vide; le second usage, qui est dû à Pascal, fut celui de mesurer la hauteur des lieux.

On se sert avec avantage de ce moyen pour calculer, d'une manière prompte et assez approchée, des hauteurs considérables, et voici sur quoi ce moyen est fondé.

Si l'on imagine, dans l'atmosphère, une

colonne d'air isolée, ayant l'unité pour base, il est clair qu'à une distance z du sommet de cette colonne, l'air se trouve comprimé par le poids p de la masse répandue dans l'intervalle z, et qu'il a une densité particulière y, qui dépend à-la-fois de p, de la température, et de l'eau qu'il tient en dissolution : or il est visible qu'entre ces trois quantités z; y et p, il y a une telle relation, que, lorsque z augmente d'une quantité infiniment petite dz, p reçoit un accroissement infiniment petit dp, égal au poids de la masse élémentaire ydz.

Cela posé, représentons par g la force accélératrice de la pesanteur, nous aurons d'abord,

$$dp = gydz.$$

Il s'agirait maintenant d'exprimer y au moyen de p et de la température qui est une fonction de z; mais cela nous serait impossible. C'est pourquoi nous regarderons la température comme uniforme, et nous supposerons, d'après les expériences de Mariotte, que les condensations de l'air suivent entre elles le rapport des poids comprimans : il en résultera,

$$y = \frac{D}{P} \cdot p;$$

en désignant par D la densité de l'air correspondante au poids P. Cette égalité serait

absurde si P était très-grand ou très-petit, et par conséquent elle ne convient point aux parties supérieures de l'atmosphère ; mais elle est admissible pour les parties qui avoisinent la terre.

Au moyen de cette seconde égalité, éliminant y dans la première, et intégrant, nous trouverons logarithme naturel de $P = \frac{D}{p} . gz +$ constante; d'où retranchant l'équation analogue, log. naturel de $P = \frac{D}{p} . gz' +$ constante, qui s'obtient en substituant p' à p et z' à z, il vient : log. naturel, $\frac{P}{P'} = \frac{D}{p} . g. (z - z')$.

Passant des logarithmes naturels aux logarithmes tabulaires, et appelant K le module, nous aurons enfin,

$$L. \frac{P}{P'} = \frac{D}{p} . g K. (z - z').$$

Pour appliquer cette équation à la mesure des hauteurs, on supposera que z aboutit à l'extrémité inférieure de la ligne à mesurer, et z' à son extrémité supérieure ; ce qui donnera $z - z' =$ hauteur cherchée $= x$: on observera la hauteur H du mercure dans le *baromètre* au premier point, et sa hauteur h au second point, d'où l'on

conclura $\frac{P}{P'} = \frac{H}{h}$: on supposera, comme on est libre de le faire, $P =$ au poids de la colonne de mercure H; et appelant 1 la base de cette colonne, et δ la densité du mercure, on aura, $P = g H \delta$; et alors on dira :

$$x = \frac{g H \delta}{g D K} . L. \left(\frac{H}{h}\right);$$

ou, ce qui revient au même,

$$x = \frac{H \delta}{D K} . (L. H - L. h).$$

Telle est l'équation qui sert de base à la détermination de hauteurs par le baromètre. Les règles des physiciens ont toutes pour objet d'évaluer le coefficient qui multiplie la différence des logarithmes.

Bouguer est un des premiers qui se soient occupés de cette recherche : sa méthode consiste à mesurer trigonométriquement la hauteur d'une montagne depuis sa base jusqu'à son sommet, et à faire ensuite, avec le baromètre, deux observations, l'une à la base et l'autre au sommet de cette montagne. Il a trouvé de cette manière que pour avoir en toises (1) la différence de niveau de deux lieux, il faut multiplier par 10,000 la

(1) On a conservé les anciennes mesures, pour ne pas altérer l'énoncé des auteurs et ne pas compliquer les formules.

différence

Digitized by Google

différence des logarithmes des hauteurs barométriques, et diminuer ensuite ce produit de sa trentième partie : ce qui revient à dire que le coefficient des logarithmes, dans l'équation fondamentale, est égal à 10,000. $(1 - \frac{1}{30}) = 9666\frac{2}{3}$.

Après Bouguer est venu Deluc : il a fait beaucoup d'expériences sur la dilatation de l'air correspondante à chaque degré du thermomètre de Réaumur ; et il a conclu de ses expériences, qu'il faut conserver la première partie de la règle de Bouguer, et changer la seconde ; que pour savoir ce qu'il reste à faire, quand on a multiplié par 10,000 la différence des logarithmes, il est nécessaire de prendre un terme moyen entre la température de la station inférieure et celle de la station supérieure ; en ajoutant le nombre des degrés qui correspondent à ces températures, et en divisant ensuite leur somme par deux ; que dans tous les cas où cette demi-somme est égale à + 16 $\frac{3}{4}$ degrés du thermomètre de Réaumur, la différence de niveau des deux stations, exprimée en toises, est précisément égale au produit des logarithmes par 10,000 ; mais que, dans tout autre cas, il faut augmenter ou diminuer ce produit de sa 215.e partie multipliée par l'excédant de la demi-somme déjà citée sur 16 $\frac{3}{4}$ degrés, ou par le complément de cette demi-

somme à ce même nombre, suivant qu'elle est plus grande ou plus petite. Cette règle signifie que le coëfficient des logarithmes; dans l'équation fondamentale, est égal à 10,000. $\left(1 + \frac{t - 16\frac{1}{4}}{25}\right) = \frac{10,000}{215} \cdot \left(198\frac{1}{4} + t\right)$, t étant la demi-somme en question.

Les idées de Deluc ont été suivies par Trembley : celui-ci n'a point fait d'expériences directes sur la dilatation de l'air enfermé dans des vases, parce que l'eau dont il est impossible de purger entièrement ces vases, venant à se vaporiser, influe essentiellement sur les résultats ; mais en adoptant les principes de Deluc, il a cherché une méthode dont les résultats différassent le moins possible d'un grand nombre de mesures déterminées trigonométriquement. La règle de Trembley est analogue à celle de Deluc ; elle signifie que le coefficient des logarithmes dans l'équation fondamentale est $=$ à $\frac{10000}{192} \left(180\frac{1}{2} + t\right)$, t ayant la même signification que ci-dessus.

Aucune de ces méthodes ne peut être exacte, puisqu'on n'a pas tenu compte de l'eau dissoute dans l'air qui influe sur sa densité, aussi-bien que la température ; et d'ailleurs il n'est pas

certain que la température moyenne réponde à la demi-somme des degrés que le thermomètre indique à chaque station : mais la méthode de Trembley paraît être la moins défectueuse.

Indépendamment des méthodes précédentes, il en existe encore une autre que le C.en Laplace a donnée dans l'ouvrage qui a pour titre, *Exposition du système du monde*, et elle se trouve dans le chapitre XIV. Au reste, pour ne laisser rien à desirer dans le cas dont il s'agit, on va dire en quoi elle consiste.

Soient :

H la hauteur du baromètre dans la station la plus basse ;

h la hauteur du baromètre dans la station la plus haute, que je suppose en même temps la plus froide ;

T la hauteur du thermomètre dans la station la plus chaude ;

t la hauteur du thermomètre dans la station la moins chaude ;

x la différence de hauteur des deux stations.

Toutes ces quantités étant exprimées en mètres et fractions de mètre, la règle donnée par le C.en Laplace, pour déterminer x par H, h, T, t, est renfermée dans cette formule,

$$x = 17972{,}1 \times \left(1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right) L \left(\frac{H}{h + \frac{(T-t)\,h}{5412}}\right).$$

L désignant un logarithme tabulaire.

Quand on a des observations bien faites, il est facile d'y appliquer l'une quelconque des règles précédentes, et de déterminer la différence de niveau de deux lieux. Soit proposé, par exemple, de calculer la hauteur du Mont-Blanc, au-dessus du lac de Genève, d'après les observations de Saussure et de Sennebier, rapportées dans les Voyages de Saussure dans les Alpes. Il est dit, dans le tome II de cet ouvrage, qu'à trois pieds au-dessous de la cime du Mont-Blanc, le mercure se tenait dans le baromètre à 16 pou. 0 lig. $\frac{144}{160}$ (192 lig.,9), et à 2°,3 au-dessous de la congélation dans le thermomètre de Réaumur ; tandis qu'à Genève, à treize toises au-dessus du lac, il s'élevait à 27 pou. 2 lig., $\frac{1085}{1800}$ (326 lig.,6028) dans le baromètre, et à 22°,6 au-dessus de la congélation dans le thermomètre.

Dans cet exemple, la différence des logarithmes des hauteurs barométriques est de 0,2287210, qui, multipliée par 10000 toises, donne 2287t,21, résultat fondamental qui sert dans les trois premières règles ; je retranche de ce nombre sa 30.e partie, et j'obtiens 2210t,97, résultat de la

règle de Bouguer. Pour avoir celui de la règle de Deluc, je prends le milieu arithmétique entre $+22^\circ,6$ et $-2^\circ,3$, milieu qui est égal à $\frac{22^\circ,6-2^\circ,3}{2} = \frac{20^\circ,3}{2} = 10^\circ,15$; je l'ajoute au nombre 192,25, ce qui me donne 208,40, et je multiplie $\frac{208,40}{215}$ par le résultat fondamental, il vient au produit 2217 toises à-très-peu-près. Si je voulais opérer comme Trembley, je multiplierais le résultat fondamental par $\frac{190,65}{192}$, et j'obtiendrais $2217^t,05$.

Enfin, voici quel serait le résultat que fournirait la formule du C.en Laplace :

$H = 0^m,7367$; $h = 0^m,4351$; $T = 28^\circ,25$; $t = -2^\circ,87$; d'où $T + t = 25^\circ,38$, et $T - t = 31^\circ,12$;

et d'où l'on tire,

$x = 18884^m,359 \times 0,22609 = 4271^m,8 = 2191^t,7$.

A présent, il ne s'agit plus, pour évaluer en toises la hauteur du Mont-Blanc au-dessus du lac de Genève, que d'ajouter trois pieds et treize toises aux nombres trouvés ci-dessus.

Nous allons présenter, dans le même tableau, les résultats des quatre méthodes que l'on vient d'indiquer, et ceux qu'ont donnés les mesures trigonométriques.

Hauteur du Mont-Blanc au-dessus du lac de Genève.

		toises
D'après la méthode de Bouguer	....	2224,47.
D'après celle de Deluc	....	2230,50.
D'après celle de Trembley	....	2284,55.
D'après celle de Laplace	....	2205,20.
Mesure trigonométrique	de Pictet.....	2238,00.
	de Schuchburgh.	2257,00.

La mesure trigonométrique de Schuchburgh paraît préférable à celle de Pictet, et elle donne une hauteur moindre de 27 toises que celle déterminée à l'aide du baromètre par Trembley. Quelles que soient les précautions que l'on prenne pour parvenir à l'exactitude des résultats, l'erreur pourra s'élever, par la méthode de Deluc, à la 50.e partie du nombre calculé, et même quelquefois bien au-delà. En faisant usage de la méthode de Trembley, on ne courra pas tant de risques, et l'on aura bien rarement à craindre l'erreur d'un 50.^e^

Le baromètre ordinaire est peu propre à mesurer les hauteurs, parce qu'en le renversant pour le transporter, l'extrémité inférieure du tube se dégarnit de mercure, et laisse un passage libre à l'air qui peut en diviser la colonne.

Le baromètre portatif a l'extrémité inférieure hermétiquement fermée : l'ouverture par où l'on communique le mercure, est pratiquée à sept ou

huit lignes du fond du réservoir ; de manière que, lorsqu'on renverse le baromètre, le mercure couvre toujours cette ouverture, et empêche l'air que peut contenir le réservoir de s'introduire dans le tube.

Lorsqu'un pareil accident arrive, il faut vider le tube, et, au moyen d'un petit entonnoir de verre, le remplir de mercure que l'on purge d'air en le faisant bouillir sur des charbons ardens : on tient, à cet effet, le tube convenablement incliné.

TABLE DES ARTICLES

Contenus dans le N.° 1.er, *Topographie.*

FIN DE LA TABLE.

608043

ERRATA.

PAGE 56, ligne 22 : à une ou deux secondes, *lisez* à l'exactitude d'une ou de deux secondes.

Page 61, ligne 18 : appelé, *lisez* appelée.

Page 90, ligne 14 : $+\frac{5}{8}q^3$, *lisez* $+\frac{1}{8}q^3$.

Page 116, ligne 21, $-\frac{\sin.(D+L)}{\cos.D\cos.L}$, *lisez* $=\frac{\sin.(D+L)}{\cos.D\cos.L}$.

Page 120, lig. 15 : facteur $\frac{(2\sin.^{4}\frac{1}{2}P\cos.D\cos.L)^2}{\sin.''\sin.(L-D)}$, *lisez* $\frac{(2\sin.^2\frac{1}{2}P\cos.D\cos.L)^2}{\sin.''\sin.(L-D)}$.

Page 125, lig. 6 : 0;012×3,0, *lisez* 0",012×3,0.

Ibid. ligne 23 : environ 9, *lisez* environ 9'.

Page 127, ligne 7 : 0,0065, *lisez* 0",0065.

Ibid. ligne 8 : 0,0065, *lisez* 0",0065.

Ibid. ligne 16 : 0,1514 *f* et 0,067, *lisez* 0"1514 *f* et 0",067.

Page 128, lig. 1.re : pendant 32, *lisez* pendant 32'.

Ibid. ligne 5 : $\frac{1,29}{18}=\frac{0,645}{9}$, *lisez* $\frac{1'',29}{18}=\frac{0''645}{9}$.

Page 138, ligne 25 : $(Z-Z)$, lisez $(Z-Z')$.

Fig. 3.

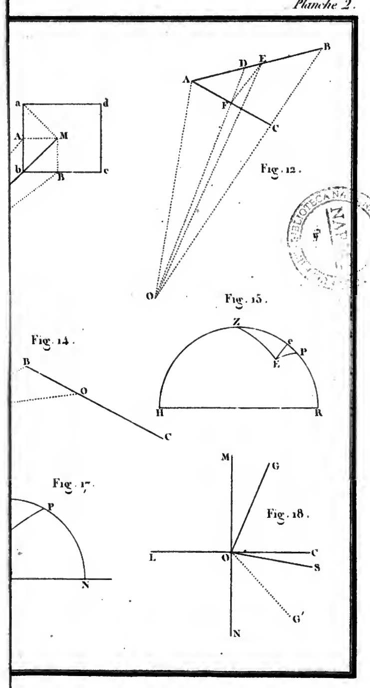
Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 9.

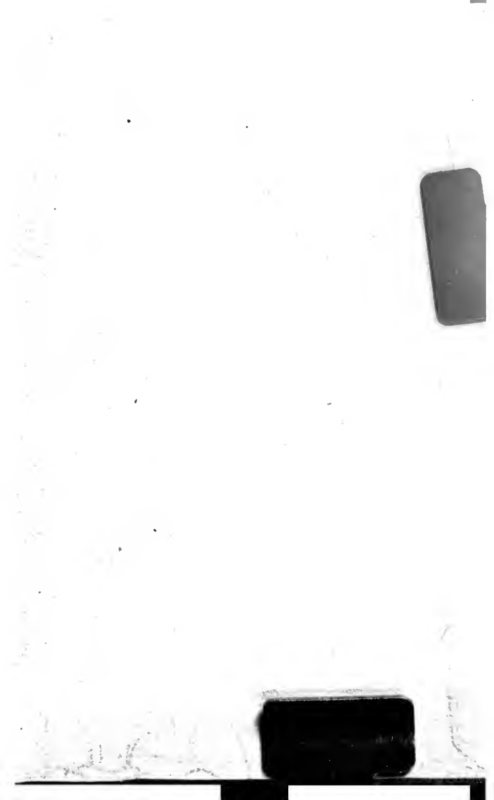
BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI


Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE


Digitized by Google




BIBLIOTECA